

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

Новосибирский государственный педагогический институт

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

ПО ИЗУЧЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ ФАКУЛЬТЕТА НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

Составитель - ст.преп. С. Е. Ц а р е в а

Новосибирск, 1985

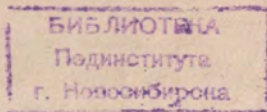
74.26  
MS45

Печатается по решению редакционно-  
издательского совета

Методические рекомендации по изучению геометрических величин в начальной школе для студентов факультета начальных классов.  
— Новосибирск: Изд. НГПИ, 1985. — 72 с.

В работе излагается общий методический подход к изучению аддитивно-скалярных величин в начальной школе, даются конкретные рекомендации по реализации этого подхода при изучении геометрических величин. В методических рекомендациях приведены основные виды упражнений, способствующие эффективному обучению учащихся знаниям о величинах и соответствующим умениям, описаны фрагменты уроков.

Предлагаемые методические рекомендации окажут конкретную помощь студентам в подготовке к занятиям по методике преподавания математики и в подготовке к проведению уроков математики в период педагогической практики.



Ответственный за выпуск: А.А.Бондаренко, канд.пед.наук

Рецензент: Л.П.Стойлова, канд.пед.наук, доцент, зав.кафедрой педагогики и методики начального обучения Московского государственного заочного педагогического института



Вопросы методики изучения величин в начальной школе являются чрезвычайно важными и довольно сложными. Разработке этих вопросов и, в частности, вопросов методики изучения геометрических величин в начальной школе посвящено много работ. Основополагающими из них являются работы А.М.Пышкало, в особенности монография "Методика обучения элементам геометрии в начальных классах".

Однако во всех имеющихся пособиях по методике вопросы изучения геометрических величин рассматриваются параллельно с вопросами изучения других геометрических понятий, в них не раскрывается поэтому связь этого материала с математической теорией аддитивно-скалярных величин. Кроме того, в настоящее время нет учебника по методике преподавания математики в начальных классах для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов. Изданное в 1972 году под редакцией Л.Н.Скаткина пособие "Методика начального обучения математике" уже не соответствует программе курса методики преподавания математики на этих факультетах и во многом не удовлетворяет возросшим требованиям к подготовке учителей начальной школы.

Имеющиеся статьи и работы по отдельным вопросам проблемы изучения геометрических величин в начальной школе разрознены, не всегда имеются в библиотеках институтов, написаны разными авторами и поэтому освещают эти вопросы с разных позиций. Отдельные же аспекты методики формирования у учащихся начальной школы представлений о геометрических величинах недостаточно освещены в них. У студентов не создается поэтому целостной системы знаний методики изучения геометрических величин, в имеющихся знаниях часто отсутствуют четкие представления о единстве математических свойств геометрических и негеометрических величин, рассматриваемых в начальных классах.

В учебниках математики для начальной школы реализованы еще не все интересные и важные результаты соответствующих исследований, и будущий учитель должен уметь сознательно и грамотно вно-

сдать коррективы в изложение материала, дополнять систему упражнений учебника, правильно использовать имеющиеся упражнения.

Ц е л ь ю настоящей работы является оказание помощи студентам как в усвоении теоретических вопросов изучения геометрических величин в начальной школе, так и в подготовке к конкретным урокам во время прохождения педагогической практики.

## ТЕМА I

### ПОНЯТИЕ ВЕЛИЧИНЫ. ПЛАН ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ВЕЛИЧИНАХ У УЧАЩИХСЯ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Геометрические величины являются представителями класса аддитивно-скалярных величин. Существует несколько подходов к определению аддитивно-скалярной величины. Только в учебных пособиях по математике для студентов факультетов подготовки учителей начальных классов приведены три различных определения. Каждое из них достаточно сложно и абстрактно и потому не может быть прямо положено в основу формирования первых представлений о величинах у учащихся начальных классов.

Для построения методики изучения величин в начальной школе в качестве основы целесообразно взять интуитивное описание этого понятия, соответствующее каждому из строгих определений. Не останавливаясь на характеристике последних (см. о них в учебных пособиях по математике), отметим лишь, что во всех этих определениях так или иначе говорится о свойстве некоторого класса объектов, по которому определенным образом происходит сравнение объектов. Этот факт служит переходным мостиком к интуитивному описанию понятия аддитивно-скалярной величины (8, с.5-10), которое отражает процесс перехода от явлений и объектов реальной действительности к абстрактным их моделям, заданным строгими математическими определениями. Именно на осуществление такого перехода и должно быть направлено изучение величин в школе (причем к абстрактным моделям, да и то не во всей их полноте, дети приобщаются лишь в старших классах средней школы).

Нестрого в е л и ч и н у можно охарактеризовать как свойство, которым могут обладать определенные объекты или явления. Например, длина — это свойство, которым обладают отрезки, стерж-



ни, карандаши, другие окружающие нас предметы; площадь — это свойство, которым обладают многоугольники, криволинейные плоские фигуры, поверхности всех физических тел. Причем величина — это свойство, которое можно охарактеризовать следующими положениями:

1. Есть возможность сравнения объектов по обладанию ими данным свойством в равной, большей или меньшей мере непосредственно, например, сравнение моделей отрезков по длине путем наложения, либо опосредованно, через сравнение чисел.

2. Равные в определенном смысле объекты обладают данным свойством в равной мере. Например, геометрические фигуры, совпадающие при наложении, имеют равные площади.

3. Любая часть объекта, обладающего данным свойством, сама обладает этим свойством. Например, если разделить отрезок на несколько частей, то каждая часть сама обладает длиной. Если многоугольник разбить на несколько частей, то каждая его часть также имеет площадь.

4. Сумма неперекрывающихся частей объекта, обладающего данным свойством, составляющая целый объект, обладает данным свойством в той же мере, что и целый объект. Например, сумма неперекрывающихся частей отрезка, составляющих целый отрезок, обладает такой же длиной, как и целый отрезок.

5. Каждому объекту может быть поставлено в соответствие число, единственное для данного способа установления соответствия (при данном выборе единичного объекта), характеризующее степень обладания объектом данным свойством. Другими словами, каждый объект можно измерить по данному свойству, а результат измерения выразить действительным положительным числом. Результат измерения зависит от выбора единичного объекта. При выбранной единице каждому объекту соответствует точно одно положительное действительное число. Таким образом, для каждой величины существует единственное, с точностью до единицы измерения, отображение, ставящее каждому объекту в соответствие единственное положительное действительное число.

6. При выбранной единице измерения равным объектам соответствуют равные числа. Если объект состоит из нескольких частей, то число, соответствующее целому объекту, равно сумме чисел, соответствующих частям (при условии, что эти части не пересекаются).

С помощью измерения все объекты могут быть разбиты на классы объектов, обладающих данным свойством в равной мере.

На основе изложенного понимания понятия величины построим план изучения некоторой произвольной величины в начальной школе.

Так как величина — это свойство элементов некоторого множества, то прежде всего необходимо познакомить учащихся с носителями свойства, объектами, элементами множества. Особенностью любой величины является то, что это свойство объектов проявляется при сравнении их между собой. Следовательно, следующим этапом должно быть знакомство со свойством путем сравнения объектов соответствующим способом. Способ сравнения зависит от конкретной величины, с которой нужно познакомить учащихся.

Для каждой величины существует несколько способов сравнения объектов. Причем овладение определенным способом отражает уровень сформированности понятия величины. Например, отрезки по длине можно сравнивать путем наложения одного отрезка на другой (наложение может быть произведено практически с моделями отрезков или мысленно); путем введения произвольной мерки и сравнения данных отрезков через сравнение их с меркой; путем выбора единицы измерения и сравнения любых двух отрезков опосредованно, через сравнение чисел, получающихся в результате измерения длин отрезков одной и той же единицей.

Для измерения величин изобретены различные измерительные приборы и необходимо научить школьников пользоваться наиболее распространенными из них.

Из всего сказанного следует, что при формировании у учащихся понятия о некоторой величине целесообразно придерживаться такого плана ее изучения:

1. Знакомство с объектом. Формирование представлений об отношениях равенства и неравенства объектов, о "сумме" объектов. (Этап подготовки к ознакомлению с изучаемой величиной).

Для геометрических величин — знакомство с отрезками, многоугольниками; равенство отрезков, многоугольников; неравенство отрезков, многоугольников; разбиение фигур на части, представление фигуры в виде объединения ее частей.

2. Знакомство со свойством (величиной), которое проявляется



лишь в сравнении объектов, через непосредственное сравнение объектов; введение термина — названия величины.

Сравнение отрезков путем наложения одного отрезка (модели отрезка) на другой. Какой отрезок больше? Какой отрезок меньше? Введение термина "длина". Какой отрезок длиннее? короче? Длина какого отрезка больше? меньше?

Сравнение плоских геометрических фигур (моделей фигур) путем наложения одной фигуры на другую. Введение термина "площадь". Какая фигура имеет большую площадь? Площадь какой фигуры больше? меньше?

3. Создание ситуации, в которой непосредственное сравнение объектов невозможно или значительно затруднено. Введение произвольной единицы измерения, знакомство с процессом измерения величины.

Отрезки начерчены на доске таким образом, что даже их мысленное наложение одного на другой не позволяет с полной уверенностью определить, какой отрезок длиннее. Откладывание отрезка (модели отрезка), принятого в качестве единичного, в каждом из сравниваемых отрезков. Сравнение полученных чисел.

Фигуры не могут быть совмещены так, чтобы одна фигура целиком лежала внутри другой. Покрытие данной фигуры моделями другой фигуры, принятой в качестве единичной, или разбиение первой фигуры на части, каждая из которых есть фигура, выбранная в качестве единицы измерения. Сравнение чисел.

4. Знакомство с общепринятой единицей измерения изучаемой величины (система мер СИ).

а) Непосредственное измерение объектов с помощью этой единицы измерения.

Знакомство с сантиметром. Измерение длин отрезков с помощью модели сантиметра.

Знакомство с квадратным сантиметром. Измерение площади фигуры с помощью покрытия ее моделями квадратных сантиметров или разбиения фигуры на квадратные сантиметры и последующего подсчета их числа.

б) Ознакомление с измерением величины во введенных единицах с помощью измерительных инструментов.

Измерение длины отрезка в сантиметрах с помощью самодельной масштабной линейки с неоцифрованной шкалой, измерение длины отрезка с помощью масштабной линейки с оцифрованной шкалой, с помощью циркуля и масштабной линейки.

Измерение площади фигуры в квадратных сантиметрах с помощью палетки.

Пункты 2, 3, 4 определяют содержание этапа ознакомления с конкретной величиной. Остальные – этапа закрепления и углубления представлений о величине и ее измерении.

5. Знакомство с косвенными способами измерения величины. Выработка измерительных навыков.

Формирование навыков измерения длины отрезков с помощью масштабной линейки, циркуля и масштабной линейки.

Измерение площади прямоугольника через измерение длин сторон в сантиметрах и выполнение действия умножения над соответствующими числами. Формирование умения вычислять площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах.

6. Создание ситуации, в которой измерение величины с помощью известной единицы измерения затруднено. Знакомство с новой единицей измерения и с различными способами измерения (см. план, п. 4 и 5) в новых единицах. Перевод результатов измерения величины из одних единиц измерения в другие. Выработка соответствующих измерительных навыков.

Задание учащимся: измерить длину отрезка в сантиметрах (отрезок предлагается "большой" – более ста сантиметров). Введение дециметра. Измерение длины отрезка с помощью модели дециметра. Измерение длины отрезка с помощью ленты, разделенной на дециметры. Измерение длины отрезка в дециметрах с помощью масштабной линейки и мерной ленты. Введение метра. Измерение длин с помощью модели метра и т.д.

Ознакомление с квадратным дециметром, а затем с квадратным метром. Измерение площадей фигур с помощью моделей новых единиц измерения. Вычисление площадей прямоугольников в квадратных дециметрах и квадратных метрах через измерение длин сторон соответственно в дециметрах или метрах и выполнение действия умножения над полученными числами.



7. Обучение арифметическим действиям со значениями величин (с величинами), перевод значений величин из одних единиц измерения в другие.

Сложение значений длины, выраженных в одних единицах измерения, в нескольких единицах измерения. Сложение значений площади, выраженных в одних единицах, в нескольких единицах измерения.

Умножение и деление значения длины (площади) на число.

8. Применение знаний о величинах и действиях со значениями величин к решению различных математических и практических задач.

Опираясь на приведенный выше план формирования понятия о любой аддитивно-скалярной величине у младших школьников, нетрудно разработать методическую систему изучения конкретных величин, в том числе и геометрических. Сделаем это для длины и площади.

### В о п р о с ы   и   з а д а н и я

1. Выпишите строгое определение аддитивно-скалярной величины, известное вам из курса математики. Установите соответствие интуитивного описания понятия величины и ее строгого определения.

2. Перечислите все величины, изучаемые в начальной школе в соответствии с действующей программой. Свойство каких объектов отражает каждая из них? Какие из них являются аддитивно-скалярными?

3. Почему в начальном курсе математики более подробно, чем другие, изучаются геометрические величины?

4. Наметьте содержание каждого пункта плана изучения массы в начальной школе. Сравните свои наброски с рассмотрением этой темы в действующих учебниках математики для начальных классов.

5. Предположим, что в программу по математике для начальной школы включен объем и ознакомление с ним учащихся должно примерно соответствовать уровню требований программы 1985 года по теме "Площадь". Наметьте возможный порядок изучения этой величины, указывая те знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся.

## ТЕМА II

### МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ДЛИНЫ И НАВЫКОВ ЕЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Понятие "длина" в начальной школе рассматривается как свойство отрезков, линий, составленных из отрезков и моделей отрезков — предметов окружающей действительности. Длина кривой линии рассматривается в старших классах.

В подготовительный период основной задачей является формирование представлений учащихся об отрезках, об отношениях равенства и неравенства на множестве отрезков. Необходимо, чтобы в результате дети могли выделить отрезки из множества других фигур, показать концы отрезка, построить произвольный отрезок с помощью линейки, определить путем мысленного совмещения отрезков или непосредственного наложения моделей отрезков, равны отрезки или не равны.

На этапе ознакомления вводятся термины "длина", "измерение длины", "сантиметр", "единица измерения длины".

Введение указанных терминов и формирование соответствующих понятий существенно зависит от умения детей устанавливать отношения равенства и неравенства между отрезками (на "глаз") и моделями отрезков (наложением). Ознакомление с этими отношениями является основой первоначального ознакомления учащихся с длиной, основой обобщения имеющихся у детей представлений о длине. Рассмотрение указанных отношений мы включим поэтому в этап ознакомления с длиной.

Отношения равенства и неравенства для отрезков определяются через существование перемещения, переводящего один отрезок в другой (отрезки равны), или один отрезок в часть другого (отрезки не равны). Такое определение отношений равенства и неравенства совпадает с определением отношения эквивалентности (равномощности) для множеств, а отношения равенства и неравенства соответствуют определению этих отношений между множествами.

В начальной школе первые представления о равенстве и неравенстве создаются у детей при непосредственном наложении моделей отрезков друг на друга. В дальнейшем эту операцию с отрезками учащиеся производят мысленно.



Ознакомление с рассматриваемыми отношениями можно провести через один-два урока после введения понятия "отрезок". На предстоящих уроках дети должны научиться выделять отрезки среди других геометрических фигур, видеть модели отрезков в окружающей их обстановке, вычерчивать отрезки по двум, произвольно выбранным или заданным учителем точкам. Методика формирования представлений учащихся об отрезках подробно освещена в учебных пособиях [1, 9, 14].

На первом уроке по ознакомлению с длиной вводятся понятия: "отрезок ... больше (меньше) отрезка ...", "отрезок длиннее (короче) другого отрезка", "длина отрезка ... больше (меньше) длины отрезка ...". На этом же уроке дети учатся сравнивать отрезки по длине путем непосредственного наложения моделей отрезков, на "глаз", через измерение с помощью произвольно выбранного единичного отрезка.

Начать урок можно с выполнения учащимися задания на распознавание отрезков среди других фигур. Затем учитель просит детей показать "отрезки" в классной комнате (край доски, край парты, карандаши и т.п.).

Показывая две модели отрезков - полоски бумаги, палочки - учитель дает детям задание: сравнить отрезки вначале на "глаз", а затем проверить результат этого сравнения наложением одной полоски на другую. Учитель демонстрирует способ наложения. Для закрепления одному из учащихся предлагается у доски сравнить путем наложения еще две модели отрезков - две картонные полоски разного цвета.

При выполнении указанных заданий вначале вводятся и используются термины: "отрезок" синего цвета больше (меньше) "отрезка" красного цвета, т.е. дети получают представления об отношениях равенства и неравенства на множестве отрезков. Затем используются общепринятые названия этих отношений: длиннее, короче, длина отрезка больше (меньше) длины другого отрезка. Для этого можно провести следующую практическую работу.

Каждому учащемуся дается набор из трех равноцветных полосок картона или бумаги. (Можно использовать палочки Коизинера). Детям

предлагается сравнить вначале красный и синий "отрезки" и ответить на вопросы: Длина какого "отрезка" больше? Длина какого "отрезка" меньше?" Учитель требует обоснования ответов. Это обоснование может быть, например, таким: "Длина красного "отрезка" больше длины синего "отрезка", так как синий "отрезок" помещается внутри красного".

Затем дети сравнивают красный и зеленый "отрезки". Верным будет ответ: "Длины красного и зеленого "отрезков" равны, так как эти "отрезки" совпадают при наложении".

После выполнения практической работы учащиеся сравнивают отрезки, изображенные в учебнике, путем мысленного наложения одного отрезка на другой.

Теперь нужно поставить учащихся в условия, когда сравнение отрезков на "глаз" путем мысленного наложения затруднено. (Эту работу лучше проводить уже на следующем уроке). Ситуацию затруднения можно создать, например, так.

На доске заранее вычерчиваются отрезки. Некоторые из них расположены друг относительно друга так, что сравнить их на "глаз" очень трудно (рис. I). Сравните отрезки 1 и 2, 3 и 4, 7 и 8, 7 и 6, 5 и 2". При сравнении последних трех пар отрезков дети испытывают затруднения, дают противоречивые ответы. Тогда учитель просит учащихся подумать, как же более точно установить, какой из предложенных ответов верен?

Обычно кто-нибудь из учащихся догадывается, как это можно сделать и предлагает сравнить отрезки с помощью веревочки или ниточки, с помощью полоски бумаги. Если никто из учащихся не догадывается, то учитель сам подсказывает им этот путь.

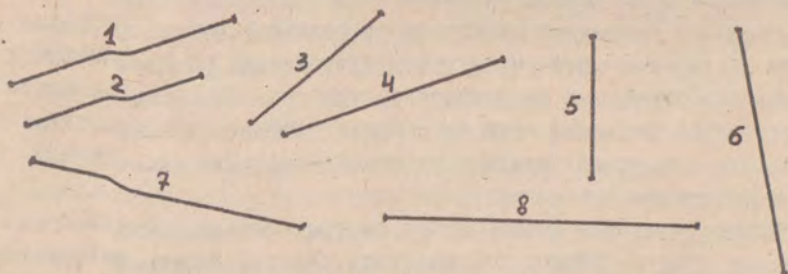


Рис. I



В описанной выше ситуации дети получают первоначальные представления об опосредованном сравнении отрезков по длине. Следующим шагом является введение произвольной мерки.

Для этого учитель предлагает сравнить по длине два отрезка, используя модель третьего отрезка – полоску бумаги или картона, кусочек проволоки и т.п. (рис. 2).

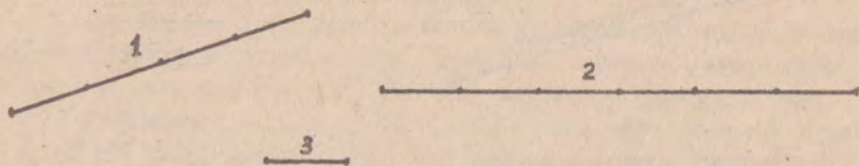


Рис. 2

Отрезки 1 и 2 начерчены на доске. Модель отрезка 3, являющаяся единицей измерения, должна быть яркой, хорошо видной всем учащимся.

К доске приглашается ученик. Учитель предлагает ему отложить выбранный единичный отрезок вначале в одном отрезке, подсчитывая сколько раз он отложится в нем, затем – во втором, также производя счет.

Пусть, например, в первом отрезке единичный отрезок укладывается 4 раза, а во втором – 5 раз. Дети самостоятельно делают вывод о том, что длина первого отрезка меньше длины второго отрезка (первый отрезок короче второго, второй отрезок длиннее первого).

Процесс откладывания единичного отрезка может выполнять сам учитель. Учащиеся в этом случае будут наблюдать, вести подсчеты, делать выводы. Закрепить полученные знания и начать выработку у учащихся умения измерять длины отрезков поможет практическая работа.

Каждому ученику дается лист бумаги с вычерченными на нем отрезками (рис. 3) и полоски бумаги и картона – модели отрезка, являющегося произвольной единицей измерения. Отрезки берутся такой длины, чтобы единичный отрезок укладывался в каждом из отрезков

целое число раз. Полосок одинаковой длины должно быть столько, чтобы их хватило для покрытия всех измеряемых отрезков. Детям предлагается вначале сравнить отрезки на "глаз", а затем проверить себя с помощью полосок бумаги (картона).

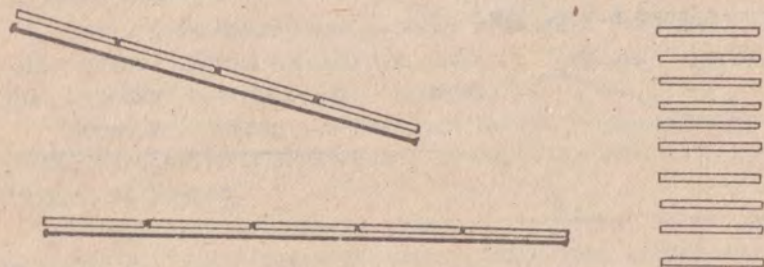


Рис. 3

При проверке учащиеся указывают, длина какого отрезка больше или меньше (какой из отрезков длиннее, короче), и подтверждают свой ответ результатами измерения с помощью полосок — произвольных единиц измерения. От учащихся при этом еще не требуется владение терминами "измерить", "единица измерения", однако учитель может и должен использовать их в своей речи, подготавливая тем самым детей к активному усвоению соответствующей терминологии. Например, формулируя задания практической работы, учитель может употребить термин "измерить": "Измерьте отрезки (длины отрезков) с помощью полосок бумаги, т.е. отложите эти полоски в каждом из отрезков, подсчитайте, сколько раз полоска укладывается в каждом из них".

После выполнения практической работы, выслушивания ответов учащихся подводится итог всей работы по формированию понятия длины и измерения длины. Для этого уточняется, что нового дети узнали на этом и предыдущих уроках о длине, дается ряд контрольных вопросов: Что длиннее, подоконник или край доски? В зеленом отрезке полоска отложилась 5 раз, а в красном — 6. Длина какого отрезка больше? меньше?

Здесь же учитель просит перечислить все способы, которыми



можно сравнить два отрезка по длине. (Накладывая один отрезок на другой; на "глаз", производя это наложение мысленно; с помощью веревочки или нитки; с помощью произвольной единицы измерения — полоски бумаги, палочки и т.п.) Это подведение итогов проделанной работы очень важно для осознания учащимися учебных целей выполняемых на уроке заданий, поможет в дальнейшем научить учащихся ставить такие учебные цели самостоятельно.

На следующем уроке нужно показать учащимся, что произвольной единицей измерять неудобно, так как каждый может выбрать в качестве единичного любой отрезок. Показать это можно разными путями.

В пособии А.М.Пышкало [14, с.62] предлагается вызвать к доске двух учеников, значительно отличающихся в росте. Дается задание: измерить шагами длину доски или классной комнаты.

Можно двум учащимся предложить выполнить практическую работу: сравнить длину двух отрезков с помощью произвольных единиц измерения. Каждому выдается лист бумаги с вычерченным на нем отрезком или выдаются модели отрезков — полоски картона. Выдаются также наборы моделей отрезков, из которых выбираются единицы измерения. Отрезки для измерения и наборы единичных отрезков для каждого ученика подбираются так, чтобы учащиеся выбрали для измерения длин своих отрезков значительно отличающиеся единицы измерения. После откладывания каждым учеником выбранной им мерки в измеряемом отрезке и подсчета числа отложенных мерок учитель записывает соответствующие числа на доске, например, 3 и 5. Всем учащимся класса задается вопрос: какой из измеряемых отрезков длиннее? Все дети единодушны: длиннее тот отрезок, в результате измерения которого получено число 5. Учитель показывает отрезки и обнаруживается, что ответы детей неверны. Устанавливается причина этого: отрезки были измерены разными мерками. Делается вывод о необходимости единой мерки. После чего учитель знакомит школьников с сантиметром. Рекомендации по проведению этого знакомства есть в пособиях [9, с.169-173], [14, с.62-63] и др.

Учитель показывает модель сантиметра. Затем учащиеся рассматривают отрезок длиной в 1см на странице учебника. У каждого ученика на парте также должны быть модели сантиметра. С помощью этих моделей дети измеряют отрезки, изображенные на странице учебника.

Вводятся соответствующие обозначения, дети учатся правильно читать и записывать результаты измерения длин отрезков в сантиметрах. На уроке должен быть усвоен смысл задания: "Измерь длину отрезка в сантиметрах". Учащиеся должны понимать, что измерить длину отрезка в сантиметрах — это значит узнать, сколько раз сантиметр (отрезок длиной 1 сантиметр) отложится в измеряемом отрезке.

Работа учащихся с моделями сантиметра очень важна для формирования у них общих представлений об измерении величин и поэтому ею нельзя пренебрегать.

Как указывается в пособии М.И.Моро и А.М.Пышкало [9, с.170] с помощью модели сантиметра учащиеся должны уметь решать две задачи:

### Задача 1. Измерить данный отрезок.

При этом ученик должен: 1) точно приложить конец модели сантиметра к одному из концов измеряемого отрезка; 2) с помощью карандаша на измеряемом отрезке отметить другой конец модели сантиметра; 3) приложить снова к полученной отметке один из концов модели сантиметра и на отрезке сделать еще одну отметку, пока последняя из отметок не совпадет с другим концом отрезка. Число отложенных на отрезке сантиметров и будет показывать длину отрезка в сантиметрах..

Для решения этой задачи можно использовать не одну модель сантиметра, а несколько. Тогда нужно последовательно укладывать на измеряемом отрезке модели и затем подсчитать, сколько потребовалось моделей для покрытия всего отрезка.

### Задача 2. С помощью модели сантиметра построить отрезок заданной длины.

Решение этой задачи складывается из выполнения следующих операций: 1) проведение по линейке прямой линии или выбор произвольной линии на листе тетради; 2) выбор на прямой точки — начала отрезка; 3) последовательное откладывание на прямой в одном из направлений нужного числа сантиметров, каждый раз отмечая карандашом; 4) выделение карандашом второго конца отрезка.

Для понимания учащимися смысла измерения необходимо многократное повторение таких упражнений. Целесообразно поэтому на данном уроке ограничиться работой с моделями сантиметра, а зна-



комство с измерением длины с помощью масштабной линейки перенести на следующие уроки.

На третьем уроке можно вначале для закрепления понимания детьми смысла измерения провести самостоятельную работу с моделями сантиметра. Обязательно нужно поставить перед детьми цель ее проведения: проверьте себя, понимаете ли вы, что значит измерить длину отрезка в сантиметрах? Причем полезно сразу указать учащимся критерии оценки степени понимания: "Если можешь назвать по порядку, что и как нужно делать, чтобы измерить отрезок, и правильно выполнишь все, значит материал понят хорошо". Такое указание цели самостоятельной работы и критериев оценки знаний учащихся — необходимое условие формирования самоконтроля у них.

После проверки самостоятельной работы, которая начинается с выслушивания мнений нескольких учащихся о своих знаниях, учитель обращает внимание на то, что такой способ измерения длины отрезка очень труден и неудобен, и предлагает упростить этот процесс, отложив предварительно модели сантиметра на заранее подготовленных полосках плотной бумаги. Получаются масштабные линейки с неоцифрованной шкалой. Необходимость получения самоделных линеек с неоцифрованной шкалой и их использование для формирования сознательных навыков измерения с помощью обычной масштабной линейки подчеркивается во всех методических пособиях [1],[9],[14] и др. .

Для измерения длины отрезка с помощью такой линейки ученик должен приложить конец линейки к концу отрезка и направить линейку вдоль отрезка. Затем ученик карандашом "прошагивает" от одного конца отрезка к другому, подсчитывая число "шагов" — сантиметров [9, с.171] .

С помощью этой линейки дети должны научиться решать и вторую задачу — строить отрезок заданной длины. Для ее решения ученик вычерчивает в тетради произвольную прямую линию, отмечает точкой один конец отрезка, прикладывает линейку вдоль линии так, чтобы одно из делений совпало с отмеченным концом отрезка, "прошагивает" в любом направлении нужное число сантиметров.

Только после усвоения детьми способов работы с такой линейкой можно переходить к ознакомлению детей с измерением длин отрезков с помощью обычной масштабной линейки с оцифрованной шкалой.

Причем целесообразно получить эту линейку, нанеся цифровые обозначения сначала на самодельную линейку, с которой дети работали на предыдущем этапе.

При соблюдении такой последовательности работы учащиеся лучше осознают смысл делений и цифровых обозначений на масштабной линейке, лучше понимают смысл процесса измерения длин отрезков с помощью масштабной линейки. Масштабная линейка появляется при этом естественно, как необходимый инструмент, облегчающий подсчет числа сантиметров, укладывающихся в измеряемом отрезке. Дети не просто заучивают порядок работы по определению длины отрезка с помощью масштабной линейки, но и усваивают смысл любого процесса измерения величин, заключающегося в сравнении измеряемого объекта с эталоном. Пренебрежение же хотя бы одним из пунктов указанной выше последовательности приводит к логическим пробелам в соответствующих представлениях детей, что является причиной формализма в знаниях и умениях учащихся.

Ознакомление с масштабной линейкой может быть проведено на уроке, когда учащиеся работают с неоцифрованной линейкой, а при необходимости может быть перенесено на следующий урок.

Для проверки усвоения детьми процесса измерения и построения отрезков заданной длины с помощью масштабной линейки полезно провести самостоятельную практическую работу, например, такую. Учащимся раздаются листы с вычерченными на них тремя отрезками, расположенными по разному на листе (рис. 4). Дается задание измерить длины этих отрезков с помощью масштабной линейки и под каждым записать значение его длины. Кроме того, на листе еще имеется прямая линия, на которой учащимся предлагается построить отрезок заданной длины. Причем перед детьми ставится цель: проверить себя, как они научились измерять длины отрезков в сантиметрах с помощью масштабной линейки и строить отрезки заданной в сантиметрах длины.

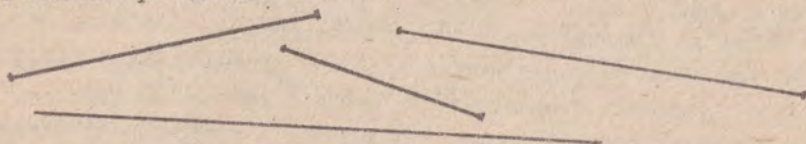


Рис. 4



Результаты этой практической работы покажут учителю, каков уровень усвоения учащимися материала, помогут выявить недочеты в знаниях и умениях учащихся.

Работа по совершенствованию навыков измерения длин отрезков и построения отрезков заданной длины проводится затем на протяжении всего периода обучения в начальной школе, способствуя формированию навыков построения многоугольников, усвоению многих математических понятий, применению чертежей при решении текстовых задач.

Большое значение в формировании понятия длины у учащихся имеет усвоение ими отношений "больше", "меньше", "больше на ...", "меньше на ...", "больше в ... раз", "меньше в ... раз", заданных на множестве длин. После введения единиц измерения сравнение предметов по длине происходит через сравнение соответствующих чисел. Отношения "больше", "меньше" и т.п., в зависимости от того, какие предметы сравниваются, обозначаются терминами "длиннее", "короче", "выше", "ниже", "уже", "шире" и т.д. Важно, чтобы учащиеся понимали общность обозначаемых этими терминами отношений и умели выражать эти отношения с помощью числовых значений длин соответствующих объектов и знаков неравенства.

Для определения отношения, в котором находятся длины сравниваемых объектов, учащимся предлагаются задания на сравнение значений длин, а также на измерение длин и последующего сравнения полученных значений. При выполнении этих заданий дети знакомятся со свойством взаимозаменяемости отношений, выражающемся в том, что, если А выше (больше, длиннее и т.д.) В, то В ниже (меньше, короче и т.д.) А; если А выше (больше, длиннее и т.д.) В на С см (м, мм, дм и т.д.), то В — ниже (меньше, короче и т.д.) А на С см (м, мм, дм, и т.д.). Усвоение указанных отношений и их свойств — одна из важнейших задач обучения математике в начальной школе, свободное оперирование ими является условием успешного решения многих текстовых задач.

Усвоению этих отношений и их свойств способствует выполнение заданий нескольких видов.

1. Начерти отрезки длиной 10 см и длиной 12 см. Какой отрезок длиннее? Какой отрезок короче? На сколько один отрезок длиннее (короче) другого?

2. Начерти один отрезок длиной 8 см, а другой на 2 см длиннее (короче). Чему равна длина второго отрезка?

Последнее задание может быть выполнено двумя способами. Первый способ заключается в том, что вначале вычисляется длина второго отрезка, а потом строится отрезок уже известной теперь длины. При другом способе вначале строится первый отрезок, затем строится отрезок, равный ему, и на этой же прямой от конца первого отрезка откладывается отрезок 2 см. Длина полученного отрезка измеряется с помощью масштабной линейки, результат проверяется вычислением. Выполнение задания двумя способами способствует пониманию детьми смысла соответствующих отношений как на множестве чисел, так и на множестве величин, поэтому нужно чаще давать соответствующие задания учащимся.

Полезно при этом постепенно знакомить учащихся с использованием второго способа нахождения числа большего или меньшего на несколько единиц данного для изображений соответствующих отношений между значениями других величин и между множествами, т.е. познакомить с применением чертежей для решения задач, содержащих данные отношения. Например, задача: "В одном бидоне 5 л молока, а в другом на 2 л меньше" — может быть изображена в виде двух отрезков, длина одного из них — 5 см, а длина другого — на 2 см меньше. (Более подробно об этом в последнем разделе настоящей работы).

Согласно последовательности формирования представлений о величине введение новой единицы измерения должно начинаться с создания ситуации, в которой дети осознают необходимость введения этой единицы. Такая ситуация создается, когда учащимся предлагается измерить отрезок, например, длины 90 см до ознакомления с дециметром см., например, [9, с. 240]. Для его измерения обычная ученическая линейка коротка, дети испытывают затруднение. Подчеркнув, что, действительно, измерить этот отрезок в сантиметрах трудно, учитель сообщает учащимся, что кроме сантиметра существует другая единица измерения длины — дециметр, содержащая в себе 10 см. Вводится соответствующее обозначение. Показав модель дециметра (полоску, палочку), учитель предлагает учащимся измерить указанный выше отрезок с помощью новой единицы измерения. Один из учащихся демонстрирует у доски процесс измерения длины отрезка с помощью модели дециметра. Результат измерения записывается



на доске и в тетрадах. Учитель с помощью вопросов "Что означает запись: 9 дм?", "Что значит: длина отрезка равна 9 дм?" и др. проводит, как дети поняли смысл измерения длины в новых единицах. Чтобы учащиеся могли осуществить перенос известных им способов измерения длин отрезков в сантиметрах на измерение длин в дециметрах, учитель предлагает им задания в той же последовательности, что и при ознакомлении с сантиметром, но предоставляя возможность самостоятельно находить новые способы измерения.

Учащиеся заранее изготавливают модели дециметров, используя приложение к учебнику. На уроке у каждого учащегося на парте должна быть такая модель. Полезно, чтобы с помощью модели учащиеся измеряли длины отрезков, начерченных на специальных листах, имеющихся у каждого. Для измерения вначале предлагаются отрезки, содержащие целое число дециметров.

Затем измерение отрезков производится с помощью метра, поделенного на дециметры [9, с.241]. Дается задание начертить отрезок, заданной в дециметрах длины. Сначала это задание выполняется с помощью модели дециметра, а затем с использованием метра.

Полезно также выполнение упражнений на отмеривание и отрезание от бумажной ленты, нитки, кусков длиной в 2, 3, 5 и т.д. дециметров [14, с.68]; [9, с.241].

При ознакомлении с дециметром, так же как и при ознакомлении с сантиметром, важно, чтобы было хорошо подготовлено оборудование урока, четко организована практическая работа учащихся с моделями дециметров, метром, линейкой. При проверке результатов измерения длин в дециметрах учащимся можно предлагать переводить полученные значения длин в сантиметры, закрепляя тем самым знание ими соотношений между единицами измерения.

После овладения учащимися измерением длин отрезков в дециметрах им даются задания на измерение длин, значение которых не может быть выражено целым числом дециметров. Это измерение отрезков, длины которых, например, равны 14 см, 18 см и т.д. Выполнение таких заданий хорошо иллюстрирует аддитивность длины. Действительно, для измерения отрезка, например, в 14 см мы разбиваем его на два непересекающихся отрезка, определяем их длины (1 дм и 4 см) в разных единицах измерения, а затем находим сум-

му значений длин. На этом этапе учащиеся знакомятся с записью значения длины, выраженного в нескольких единицах измерения (1 дм 7 см), учатся переводить результаты измерения из одних единиц в другие.

Параллельно учащиеся практикуются в вычерчивании отрезков длиной 1 дм 2 см, 1 дм 6 см и т.п. Построение таких отрезков может происходить двумя путями:

1. Сначала значение длины переводится в более мелкие единицы измерения, в данном случае в сантиметры, затем уже выполняется знакомое ученикам задание по вычерчиванию отрезка заданной в сантиметрах длины.

2. Откладывают сначала отрезок длиной в целое число дециметров (1 дм), а от его конца на той же прямой откладывают отрезок, длина которого равна числу сантиметров в данном учителем значении длины (2 см, 6 см ...), т.е. строят "сумму" отрезков.

Аналогично проводится ознакомление учащихся с метром и измерением длины в метрах. Большое значение при этом имеет выполнение учащимися практических работ по измерению длин различных предметов: длины и ширины классной доски, классной комнаты, окна и т.п. Необходимо уделять также внимание выработке у учащихся умения определять расстояние в метрах на глаз, показать практическую значимость этого умения (например, при переходе улицы, при определении ширины канавы, ручья и т.п.).

Во 2-ом классе вводятся новые единицы измерения: миллиметр и километр. Ввиду малых размеров одной и больших размеров другой невозможно проводить измерения с помощью моделей этих единиц измерения. Представления о новых единицах учащиеся получают при сравнении их с ранее изученными единицами: 1 мм — это десятая часть сантиметра, 10 мм — это 1 см, 1 км — это расстояние в 1000 м — и при определении расстояний между хорошо известными детям объектами: длина одной клеточки в тетради равна 5 мм, расстояние от школы до дома (или другого объекта) равно 1 км и т.п.

Соотношения между единицами измерения длины обобщаются и закрепляются при изучении темы "Меры". При этом устанавливается общность нумерационных соотношений и соотношений между единицами измерения длины, массы. Основная работа при изучении этой те-



мы — перевод результатов измерений из одних единиц в другие. Однако необходимо также включать задания на измерение длин отрезков, на вычерчивание отрезков заданной длины, на построение многоугольников с заданными длинами сторон, на решение текстовых задач и т.п.

Кроме измерения длины с помощью масштабной линейки, метра, учащиеся начальной школы должны также уметь использовать при измерении длин отрезков циркуль. Ознакомление с циркулем как измерительным инструментом необходимо и на уроках труда. Однако многие учителя не уделяют этой работе должного внимания из-за организационных трудностей (нужно добиться, чтобы у всех учащихся были циркули-измерители, чтобы они были в хорошем состоянии и т.д.), что отрицательно сказывается на формировании соответствующих измерительных навыков. Работа по обучению учащихся умению измерять длины отрезков с помощью циркуля и масштабной линейки должна проводиться учителем с той же тщательностью, что и работа по формированию навыков измерения с помощью одной масштабной линейки.

Хорошо сформированные у учащихся представления о длине способствуют овладению применением чертежей и схем для облегчения поиска решения текстовых задач. А умение применять чертежи и схемы способствует более глубокому пониманию свойств длины и формированию навыков измерения длин.

### В о п р о с ы и з а д а н и я

1. Как показать учащимся необходимость единой для всех единиц измерения длины? Опишите соответствующий фрагмент урока.

2. Выделите последовательность элементарных операций, которые должны выполнить учащиеся для измерения длины отрезка и построения отрезка заданной длины с помощью модели сантиметра.

3. Найдите в учебнике математики для I-го класса рисунок с показом образца выполнения сложения и вычитания с помощью масштабной линейки. Приведите образцы рассуждений учащихся при нахождении суммы и разности двух чисел с помощью масштабной линейки. На каких свойствах длины, как аддитивно-скалярной величины, ос-

новано использование линейки в качестве счетной машины ?

4. Составьте задания учащимся для практической работы по ознакомлению с метром и с измерением длины в метрах. Опишите оборудование этой практической работы и методику ее проведения.

5. Подготовьте полный набор раздаточного материала для учащихся при формировании у них представлений о длине (по всем классам).

6. Покажите общность нумерационных соотношений и соотношений между единицами измерения длины. Найдите в учебниках математики для начальных классов (или составьте свои) несколько упражнений, выполнение которых способствует осознанию учащимися этой общности.

7. При выполнении задания: "Начертите два отрезка. Длина одного из них 10 см. Он на 3 см длиннее второго", — многие учащиеся (более половины) правильно вычислив длину второго отрезка, допустили ошибки в построении, начертив отрезки, отличающиеся по длине от заданных на 2–10 мм. Какую работу провели бы вы с учащимися при анализе выполненного задания ? Каковы, на ваш взгляд, причины возникновения этих ошибок?

### ТЕМА III

#### МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ПЛОЩАДИ И НАВЫКОВ

##### ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОЩАДИ

Подготовительная работа к изучению площади ведется с I-го класса. Ее содержание составляют: 1) ознакомление учащихся с геометрическими фигурами, обладающими не нулевой площадью, в частности, с многоугольниками; 2) формирование понятия длины и навыков измерения длины; 3) формирование представлений о равных фигурах, равноставленных фигурах, равнодополнимых фигурах.

Формирование представлений о равных и равноставленных фигурах важно для усвоения учащимися свойств площади: равные фигуры имеют равные площади, площади фигуры, составленной из неперекрывающихся частей, равна сумме площадей этих частей. Остановимся на методике формирования этих представлений.

Указанные представления формируются в процессе выполнения следующих упражнений, которые достаточно широко представлены как



в учебниках по математике для начальной школы, так и в пособиях для учителя.

1. Начерти такие многоугольники (рис. 5).

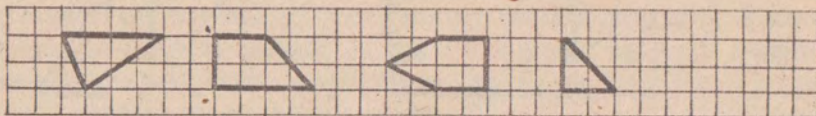


Рис. 5

При выполнении этого задания ученик должен построить фигуры, равные данным, составляя их из квадратов (клеточек) и треугольников.

2. Из каких фигур составлена данная фигура ? (Рис. 8)



Рис. 6

3. Разрежьте данную фигуру на части (на два треугольника, на квадраты и т.д.). Какие фигуры можно составить из этих частей? (Рис. 7)



Рис. 7

4. Дополни данные фигуры двумя одинаковыми треугольниками так, чтобы получились равные фигуры (Рис. 8)

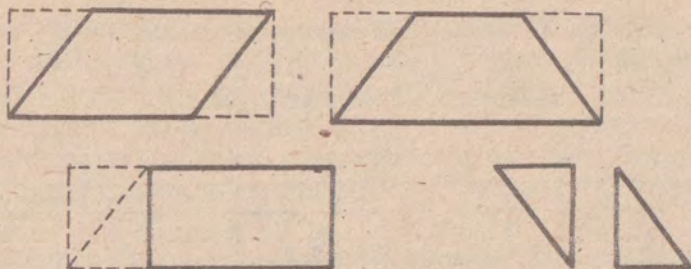


Рис. 8

Основной метод работы на подготовительном этапе – практическая работа. Учащимися выполняются задания по разрезанию фигур, составлению фигур из других фигур, разбиению фигур на части, вычерчиванию фигур. Аналогичные задания можно включать и в устные упражнения. В этом случае учащиеся выполняют все операции мысленно и по представлению называют, на какие фигуры можно разбить данную фигуру, проведя в ней один отрезок, два отрезка; какие фигуры можно составить из данных фигур и т.д.

В методической литературе [1],[9],[14] описано несколько вариантов методики ознакомления учащихся с термином "площадь" и со сравнением фигур по площади. Опираясь на эти варианты и придерживаясь разработанного нами плана изучения величины, можно предложить так провести эту работу.

Так как площадь – это свойство фигур, проявляющееся при их сравнении, то и ознакомление с соответствующим термином происходит при сравнении определенным способом двух фигур.

Учитель показывает ребятам две фигуры, одна из которых полностью помещена внутри другой (Рис. 9).

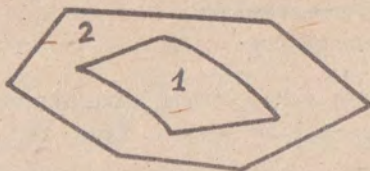


Рис. 9



Ученикам задаются вопросы: Как можно охарактеризовать взаимное расположение фигур 1 и 2? (Фигура 1 находится внутри фигуры 2).

Учитель дополняет ответы учащихся: "Можно еще сказать, что фигура 1 полностью помещается внутри фигуры 2. В этом случае также говорят, что площадь фигуры 1 меньше площади фигуры 2, а площадь фигуры 2 больше площади фигуры 1". Термин "площадь" учащиеся записывают в тетрадь, одновременно обозначая тему урока и знакомясь с правописанием нового термина.

Проверяя, как учащиеся поняли смысл нового термина и одновременно обучая учащихся владению им, учитель показывает еще пару фигур (Рис. 10), изготовленных из картона.

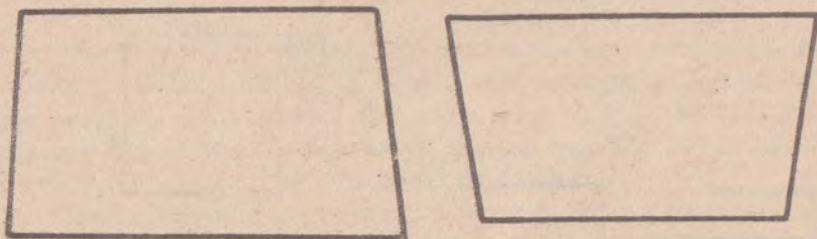


Рис. 10

- Как узнать, площадь какой фигуры больше? меньше?

- Нужно наложить одну фигуру на другую.

Учитель просит одного из учеников выполнить эту операцию.

- Площадь какой фигуры больше? Площадь какой фигуры меньше?

После выполнения этого задания целесообразно провести практическую работу с раздаточным материалом. Каждому учащемуся дается по две геометрических фигуры (модели геометрических фигур, изготовленных из плотной бумаги). Фигуры пронумерованы цифрами 1 и 2 и могут быть у всех учащихся различными. Важно лишь, чтобы одна из них полностью помещалась внутри другой. Для быстроты проверки результатов сравнения можно пронумеровать фигуры так, чтобы в каждой паре цифрой 1 была обозначена, к примеру, фигура с большей площадью.

Учитель дает задание: сравнить площади данных фигур и выпи-

сать (или назвать) номера фигур в порядке возрастания площади. (Для записи ответов удобно использовать индивидуальные доски).

Во время выполнения учащимися практической работы учитель следит за правильностью наложения фигур друг на друга. Результаты практической работы проверяются при фронтальном опросе. Учащиеся для подтверждения своего ответа показывают, как они выполняли задание.

Затем учитель предлагает учащимся сравнить на глаз, а потом путем наложения площади двух таких фигур, которые при наложении не могут быть совмещены так, чтобы одна из них целиком помещалась в другой. Это могут быть, например, такие фигуры (Рис. II):

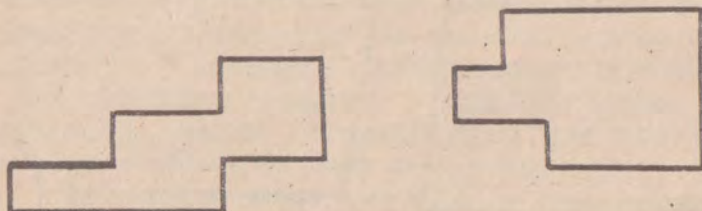


Рис. II

С обратной стороны эти фигуры можно разбить на одинаковые между собой квадраты.

Возникает проблемная ситуация. Учащиеся говорят, что путем наложения нельзя определить, площадь какой фигуры больше. Тогда учитель поворачивает фигуры к детям обратной стороной. Учащиеся при этом обычно сами догадываются, как можно сравнить данные фигуры по площади.

Кто-либо из учеников пересчитывает число квадратов в каждой фигуре, а учитель, закрепив на доске фигуры, подписывает под каждой соответствующее число. Формулируется вывод: если фигуры нельзя сравнить по площади наложением, то можно каждую из фигур разбить на одинаковые между собой фигуры (квадраты, треугольники) и затем подсчитать, сколько их содержится в каждой из сравниваемых



фигур. Фигура, в которой содержится большее число таких одинаковых фигур, имеет большую площадь.

Для закрепления на экран проектируются через кодоскоп (или вывешивается плакат) два прямоугольника, разбитые на одинаковые квадраты (Рис. 12).

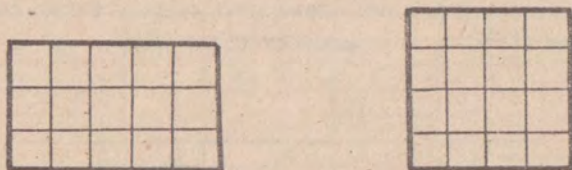


Рис. 12

Учащиеся сравнивают их площади, подсчитав число квадратов в каждом прямоугольнике. (В первом прямоугольнике 12 квадратов, а во втором — 16 таких же квадратов. Значит, площадь первого прямоугольника меньше площади второго прямоугольника, а площадь второго больше площади первого прямоугольника).

При выполнении этого задания учитель просит учащихся указать рациональные способы подсчета числа квадратов, на которые разбиты данные прямоугольники.

Для того чтобы подчеркнуть, что для сравнения фигуры должны быть разбиты на одинаковые между собой части, предлагается следующее задание. Учитель показывает учащимся две фигуры, разбитые так, как это показано на рис. 13, и предлагает сравнить их площади.

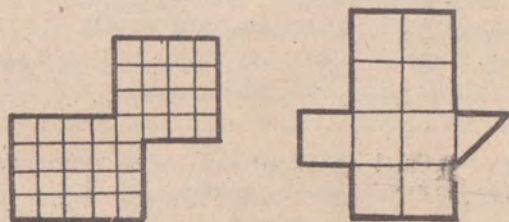


Рис. 13

Под руководством учителя дети приходят к выводу, что при таком разбиении сравнивать фигуры по площади путем подсчета числа квадратов и треугольников, содержащихся в них, нельзя. (Ни в коем случае не должен прозвучать вывод, что эти фигуры вообще нельзя сравнить по площади!) Обратную сторону этих фигур (моделей фигур) можно разбить на одинаковые между собой фигуры, и после вывода, сделанного выше, повернуть модели фигур этой стороной к ребятам и провести сравнение (Рис. 14).

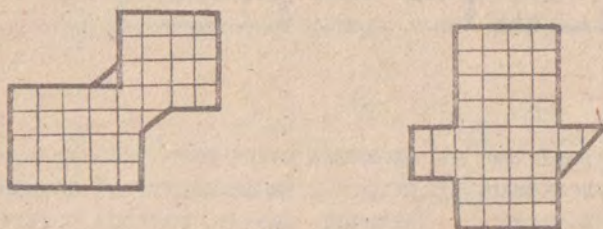


Рис. 14

Для закрепления используются упражнения учебника. Можно предложить учащимся прочитать упр. 364, 365 и организовать устное выполнение всех или нескольких из упражнений 366 – 369 [8].

Хорошим средством проверки усвоения нового материала и средством его закрепления является практическая работа. Содержание ее может быть, например, таким. Учащимся раздаются листы бумаги в клеточку, на которой изображены 4–5 фигур, причем две из них – прямоугольники. Все фигуры пронумерованы (Рис. 15). Дается задание: "Сравнить площади данных фигур и выписать их номера в порядке возрастания площади". Выполняя его, учащиеся подсчитывают число квадратов (клеточек), содержащихся в каждой фигуре, записывают результаты под соответствующей фигурой. На основе сравнения полученных чисел они находят фигуру, наименьшую по площади и записывают ее номер внизу листа, затем – наименьшую из оставшихся, записывают ее номер правее и т.п.



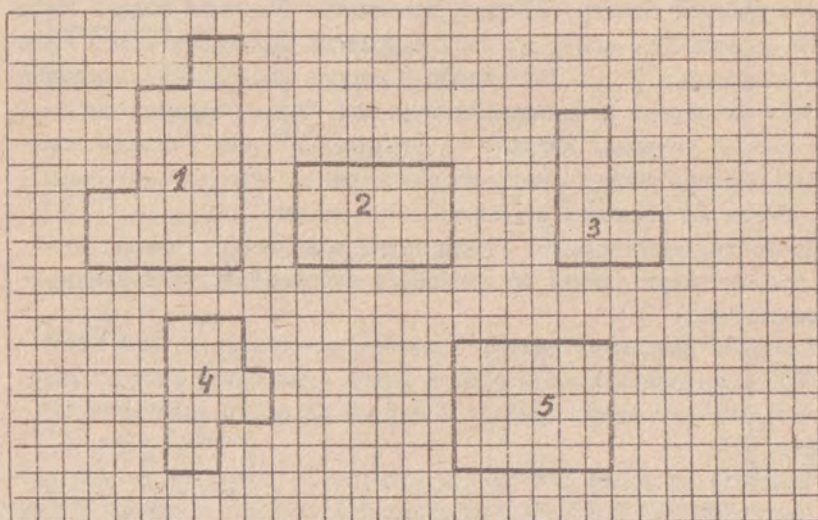


Рис. 15

Достаточно иметь 2 или 4 варианта таких карточек. Проверка проводится фронтально сразу после выполнения работы. Ответы учащихся могут быть такими: "Я выписал номера фигур в такой последовательности: 3, 4, 2, 1, 5, так как фигура 3 содержит 16 клеточек, фигура 4 - 18 таких же клеточек, фигура 2 - 24 клеточки, фигура 1 - 28 клеточек, фигура 5 - 30 клеточек".

Следующим этапом по формированию представлений учащихся о площади является ознакомление их с единицей измерения площади - квадратным сантиметром - и измерением площадей фигур в квадратных сантиметрах путем разбиения их на квадратные сантиметры с помощью линейки и карандаша, с помощью палетки или путем покрытия фигуры моделями квадратных сантиметров.

На этом этапе необходимо добиться понимания учащимися смысла процесса измерения площади. Только на этой основе можно будет в дальнейшем сформировать у учащихся умение измерять площади фигур в квадратных сантиметрах.

К уроку, на котором будет вводиться квадратный сантиметр, нужно подготовить необходимый раздаточный материал: модели квадратных сантиметров, палетки, листы нелинованной бумаги с изображениями геометрических фигур для проведения практических работ по измерению площади.

Ознакомление учащихся с квадратным сантиметром проводится в процессе вводной беседы. Учитель показывает учащимся модель квадратного сантиметра, сообщая, что квадратный сантиметр — это квадрат со стороной в 1 см. Дети находят модель квадратного сантиметра у себя на партах и показывают учителю. Затем учащиеся вычерчивают у себя в тетрадях квадрат со стороной в 1 см. Учитель говорит, что площадь такого квадрата равна одному квадратному сантиметру. Здесь же вводится обозначение: 1 кв.см.

После введения понятия "квадратный сантиметр" полезно провести практическую работу по измерению площадей фигур в квадратных сантиметрах.

Учащимся раздаются листы, о которых мы говорили выше (см. рис. 16). Содержание листов у всех детей одинаково. Учитель последовательно организует работу с каждой из фигур, изображенных на листе.

— Найдите на листе фигуру под номером 1. Покройте ее квадратными сантиметрами. Сколько квадратных сантиметров в данной фигуре?

— В этом случае говорят, что площадь фигуры 1 равна трем квадратным сантиметрам.

Понимание учащимися введенных терминов проверяется с помощью вопросов:

— Что это значит: площадь фигуры 1 равна трем квадратным сантиметрам?

— Это значит, что в данной фигуре содержится 3 квадратных сантиметра.

— Что такое "квадратный сантиметр"?

— Это квадрат со стороной в 1 см или площадь квадрата со стороной в 1 см.

Учитель показывает, как на письме обозначается "три квадратных сантиметра" (3 кв.см.), и учащиеся под фигурой 1 делают соответствующую запись.

С помощью моделей квадратных сантиметров учащиеся измеряют также площадь фигуры 2 и результат измерения записывают под ней.

После выполнения этого задания учитель обращает внимание детей на то, что так измерять трудно и подводит учащихся к выводу:



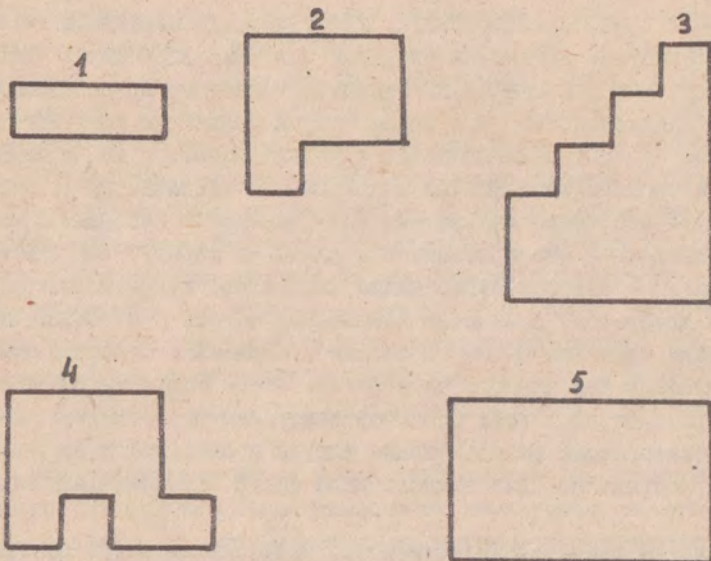


Рис. 16

легче разбить фигуры на квадратные сантиметры с помощью линейки и карандаша, а затем подсчитать, сколько квадратов поместилось.

Для определения площади фигуры трое учащихся расчерчивают ее на квадратные сантиметры и, подсчитав их число, записывают результат под фигурой.

Проверяя правильность выполнения заданий, учитель каждый раз не только просит назвать значение площади, но и спрашивает:

– Что значит: площадь фигуры равна, например, 14 квадратных сантиметров?

Ответы учащихся будут такими:

– Площадь фигуры 3 равна 14-ти квадратным сантиметрам. Это значит, что в фигуре 3 содержится 14 кв.см., т.е. 14 квадратов со стороной в 1 см (14 квадратов, площадь каждого из которых равна одному квадратному сантиметру).

Следующий шаг – знакомство с палеткой и измерением площади с помощью палетки. Согласно учебнику математики для 3-го класса [8], а также рекомендациям пособия [9], палетка вводится после изучения правила вычисления площади прямоугольника для опреде-

ления площади криволинейных фигур. Такое позднее ознакомление с палеткой и лишь для измерения площадей криволинейных фигур приводит к тому, что у учащихся складывается неверное представление о площади: Действительно, при применении к различным фигурам различных способов измерения площади, у детей создается впечатление, что площадь произвольной фигуры в квадратных сантиметрах (не криволинейной) — это число квадратов, содержащихся в ней, для прямоугольника площадь — это произведение длины на ширину, для криволинейных фигур — это полусумма числа квадратов, покрывающих фигуру и числа квадратов, полностью помещаемых в ней, т.е. общее понятие площади смешивается со способами рационального определения значения площади для каждого вида фигур. Чтобы этого не случилось, нужно при рассмотрении всех способов измерения площади первоначально включать самые разнообразные фигуры и лишь потом, на основе наблюдений, определить для каждого вида фигур наиболее рациональный способ.

Палетка же является инструментом, позволяющим очень быстро разбить фигуру на квадратные сантиметры, если на палетку нанесена сетка из квадратных сантиметров, или на квадратные дециметры, если нанесена сетка из квадратных дециметров. Ее использование на ранних этапах ознакомления с измерением площадей в квадратных сантиметрах позволяет, во-первых, достаточно быстро определить площади большого числа фигур путем непосредственного подсчета квадратных сантиметров и, во-вторых, предупреждает указанное выше смещение понятий.

Знакомство с палеткой может быть проведено в процессе такой беседы.

— Делить фигуру на квадратные сантиметры тоже довольно трудно. Для того, чтобы облегчить задачу определения площади фигур, применяется вот такая прозрачная пленка, разделенная на квадратные сантиметры аналогично тому, как для измерения длины используется масштабная линейка. Эта пленка называется палеткой.

Для определения площади фигуры нужно наложить палетку на фигуру так, чтобы стороны квадратов на палетке совпали со сторонами и фигуры.

Учитель демонстрирует это, измеряя площадь фигуры, начерчен-



ной на кодопозитиве, увеличивая изображение через кодоскоп. После показа палетки и измерения посредством нее площади фигуры учитель дает учащимся задание: измерить площади фигур 4 и 5, используя палетку. Учитель следит за тем, чтобы палетка накладывалась учащимися на фигуру правильно. Так как фигура 5 — прямоугольник, то при проверке правильности выполнения задания проводится дополнительная работа, целью которой является подготовка к выводу правила вычисления площади прямоугольника. Дети под руководством учителя находят два способа рационального подсчета числа квадратов, содержащихся в данном прямоугольнике. Можно предложить учащимся измерить длину и ширину этого прямоугольника, сравнить полученные числа с числом квадратных сантиметров в ряду и числом рядов; с числом квадратных сантиметров в столбце и числом столбцов.

При подведении итога урока учитель еще раз подчеркивает все основные положения рассмотренного на этом уроке материала.

- С какими новыми понятиями мы сегодня познакомились?
- С единицей измерения площади — квадратным сантиметром.
- Что такое квадратный сантиметр?
- Это квадрат со стороной в 1 см. Это площадь квадрата со стороной в 1 см.
- Что значит: «найти площадь фигуры в квадратных сантиметрах»?
- Это значит: «узнать сколько квадратных сантиметров помещается в фигуре.
- Как найти площадь фигуры в квадратных сантиметрах?
- Нужно разбить фигуру на квадратные сантиметры и подсчитать, сколько их содержится в данной фигуре.
- Как можно разбить фигуру на квадратные сантиметры?
- Можно покрыть фигуру моделями квадратных сантиметров. Можно расчертить фигуру на квадратные сантиметры. Можно это сделать с помощью палетки.

После усвоения детьми смысла измерения площади фигуры в квадратных сантиметрах изучается правило вычисления площади прямоугольника. Причем, вычисляя площадь прямоугольника по правилу, необходимо в течение нескольких уроков подчеркивать, что, находя произведение чисел — значений длины и ширины данного прямоуголь-

ника — мы фактически подсчитываем число квадратных сантиметров, которые помещаются в этом прямоугольнике.

На первых уроках, а при затруднениях и на последующих, нужно требовать от учащихся словесного обоснования необходимости выполнения действия умножения над соответствующими числами для определения площади прямоугольника. Это обоснование может выражаться в виде таких рассуждений:

— Нам нужно найти площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах, длина которого равна 5 см, а ширина — 4 см. Найти площадь любой фигуры в квадратных сантиметрах — это значит определить, сколько квадратных сантиметров (квадратов со стороной в 1 см) помещается в ней. Следовательно, найти площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах — это определить число квадратных сантиметров, помещающихся в нем. Длина данного прямоугольника — 5 см, значит, по длине в одном ряду (полосе) уложится 5 квадратных сантиметров (5 квадратов со стороной в 1 см). Так как ширина этого прямоугольника 4 см, то всего в прямоугольнике будет 4 ряда по 5 квадратных сантиметров в каждом. Тогда весь прямоугольник содержит:  $5 \cdot 4$  кв.см., т.е. 20 кв.см. Площадь данного прямоугольника равна 20-ти квадратным сантиметрам.

Или:

— Ширина этого прямоугольника 4 см, значит в одном столбце содержится 4 квадратных сантиметра, а так как длина прямоугольника 5 см, то всего таких столбцов в прямоугольнике будет 5. Таким образом, всего в нем содержится  $4 \cdot 5$  квадратных сантиметров. Площадь прямоугольника равна, следовательно, 20-ти квадратным сантиметрам.

Порядок работы по изучению правила и формированию соответствующего навыка должен быть таким:

I. Определение площадей прямоугольников, длина одной из сторон которых равна 1 см. Получение вывода: в прямоугольнике, длина одной из сторон которого равна 1 см, содержится столько квадратных сантиметров, сколько линейных сантиметров содержится в другой его стороне.

Вывод этот закрепляется при нахождении площадей прямоуголь-



ников указанного вида, расположенных по-разному на плоскости (рис. 17).

2. Определение площадей прямоугольников, длины сторон которых более одного сантиметра (и выражаются натуральными числами), вначале с помощью палетки, затем путем разбиения на полосы или столбцы шириной в 1 см и, наконец, с помощью нанесения только делений по длине и ширине. Получение следующих выводов:

а) в прямоугольнике число квадратных сантиметров, содержащихся в полосе (ряду) шириной в 1 см, равно числу, выражающему длину прямоугольника в линейных сантиметрах, а число таких полос (рядов) равно числу, выражающему ширину прямоугольника также в линейных сантиметрах. Число всех квадратных сантиметров, содержащихся в данном прямоугольнике, будет равно произведению числа квадратных сантиметров в одной полосе (длина) на число таких полос (ширина);

б) в прямоугольнике число квадратных сантиметров, содержащихся в одном столбце с основанием в 1 см, равно числу, выражающему ширину прямоугольника в линейных сантиметрах, а число таких столбцов в прямоугольнике равно числу линейных сантиметров, содержащихся в его длине. Число всех квадратных сантиметров, содержащихся в данном прямоугольнике, равно произведению числа квадратных сантиметров в одном столбце (ширина) на число столбцов (длина).

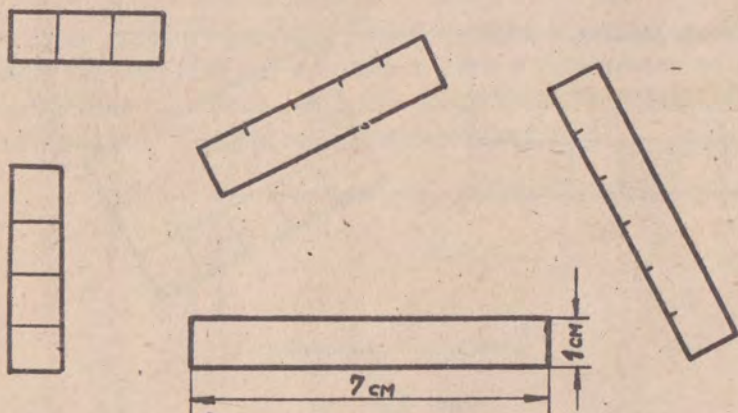


Рис. 17

Отметим, что ни в коей мере не следует требовать от учащихся формулировок выводов в таком обобщенном виде. Выводы формулируются учащимися только в конкретной форме для конкретного прямоугольника, так, как это было показано выше.

Первоначально рассматриваемые прямоугольники разбиваются полностью на квадратные сантиметры с помощью палетки или путем расчерчивания. Желательно, особенно для учащихся с плохо развитым пространственным воображением, специально выделить полосы или столбцы (рис. 18)

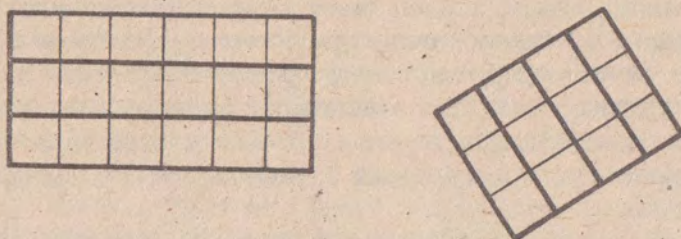


Рис. 18

Затем на квадратные сантиметры разбивается лишь одна полоса (столбец) из всех, на которые разбит прямоугольник (рис. 19), (рис. 20).

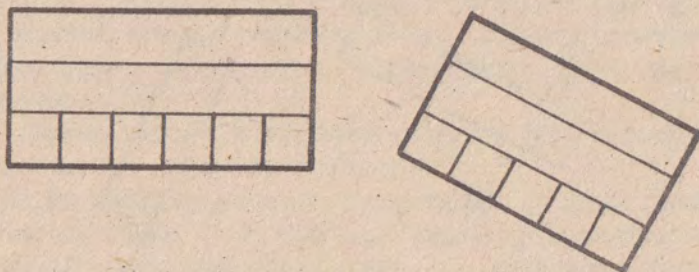


Рис. 19



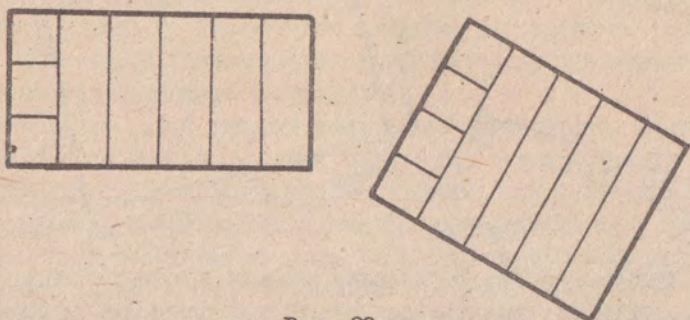


Рис. 20

На следующем этапе выделяется лишь одна полоса (столбец) с намеченными делениями. Такие же деления наносятся по ширине (длине) (рис. 21).

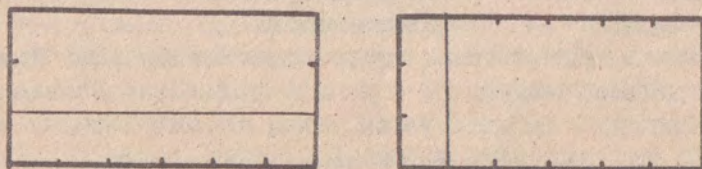


Рис. 21

После рассмотрения таких прямоугольников для определения площади предлагаются прямоугольники лишь с отмеченными по длине и ширине делениями (рис. 22), а в дальнейшем и без делений, но с указанием длины и ширины в сантиметрах (рис. 23).

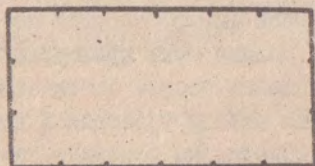


Рис. 22

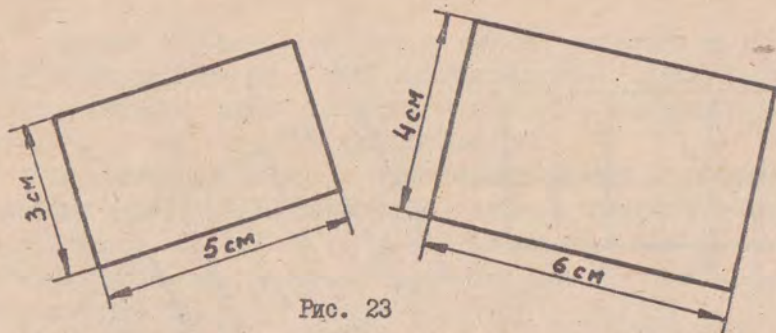


Рис. 23

3. Формулировка правила. Вычисление площади прямоугольника по правилу с последующим обоснованием путем приведения рассмотренных нами выше рассуждений и проверки результата измерением площади с помощью палетки.

4. Выработка умения вычислять площади прямоугольников по правилу. Обоснование и измерение площади с помощью палетки или путем расчерчивания на квадратные сантиметры требуется от учащихся лишь в случае затруднения или обнаружения ошибки.

На втором и третьем этапах постоянно должно звучать: "Докажи", "Проверь себя, рассуждая". Первый, второй и третий этапы в основном выполняются на одном уроке, целью которого является ознакомление с правилом вычисления площади прямоугольника.

5. Решение текстовых задач на вычисление площади прямоугольников в квадратных сантиметрах по правилу и обратных им задач.

Эта работа продолжается в течение всех последующих уроков до полного и осознанного овладения учащимися соответствующими умениями.

На уроке, посвященном приближенному вычислению площадей фигур, учитель знакомит учащихся со способом приближенного вычисления площади и показывает целесообразность использования для этой цели палетки. При этом среди фигур, площади которых определяются приближенно, обязательно должны быть прямоугольники с длинами сторон, не выражающимися целым числом сантиметров.

Так как общий принцип работы с палеткой дети уже усвоили, то внимание учащихся акцентируется на особенностях приближенного вычисления площади, а именно на подсчете числа внутренних квадратов, числа покрывающих квадратов и определении среднего арифметическо-



го (полусуммы) этих чисел. Основная форма работы при этом — практическая работа по определению площадей произвольных фигур.

Организации разнообразных упражнений при изучении площади помогает использование таблиц [13].

Введение новой единицы измерения — квадратного дециметра — согласно программе и учебнику происходит через достаточно большой промежуток времени, позволяющий закрепить общие представления о площади и сформировать умение вычислять площади прямоугольников в квадратных сантиметрах. Введение квадратного дециметра позволяет вновь заострить внимание учащихся на наиболее общих свойствах площади: аддитивности, измеримости и др. (без введения терминологии). Так как измерение площади в квадратных дециметрах принципиально не отличается от ее измерения в квадратных сантиметрах, то ознакомление с новой единицей и измерением с помощью этой единицы должно происходить на основе перенесения уже имеющихся у учащихся знаний и умений в новые условия.

Начать работу над новым материалом можно с выполнения упражнения на определение площади фигуры, не являющейся прямоугольником, но которую можно разбить на квадратные сантиметры, в квадратных сантиметрах. Эта работа может быть проведена следующим образом. Учитель показывает квадрат со стороной в 1 см и просит учащихся вспомнить название такого квадрата, затем спрашивает:

— Что измеряется в квадратных сантиметрах? (Площадь).

Показав кодопозитив с изображением геометрической фигуры (рис. 24), расчерченной на квадратные сантиметры, учитель предлагает определить ее площадь в квадратных сантиметрах. Для удобства подсчета числа квадратов изображение фигуры проецируется через кодоскоп. Предварительно учитель выясняет, как дети понимают смысл задания: измерить площадь в квадратных сантиметрах. (Измерить площадь фигуры в квадратных сантиметрах — это значит определить, сколько квадратных сантиметров составят (покроют) данную фигуру).



Рис. 24

После выполнения этого упражнения учащимся предлагается определить площадь прямоугольника с заданными в сантиметрах длинами сторон. При проверке результатов учитель спрашивает:

- Что означает выражение: площадь прямоугольника равна ... кв. см ? (Это означает, что в прямоугольнике помещается ... квадратов со стороной 1 см (квадратных сантиметров)).

Повторив таким образом смысл измерения площади фигур в квадратных сантиметрах, учитель создает ситуацию, в которой измерение площади фигуры в квадратных сантиметрах очень сложно [14, с.147], [16]. Для этого он предлагает учащимся определить площадь фигуры, начерченной на доске, в квадратных сантиметрах. Фигура не является прямоугольником и ее размеры достаточно велики (рис. 25).

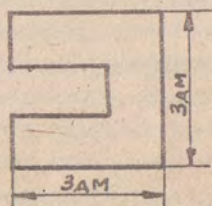


Рис. 25

Измерить площадь этой фигуры в квадратных сантиметрах можно, лишь разбив ее на соответствующие квадраты с помощью палетки, однако практически сделать это невозможно. Учащиеся чувствуют, что они не могут выполнить задание учителя. Воспользовавшись этим затруднением, учитель показывает выход из него, введя новую единицу измерения - квадратный дециметр. С помощью модели квадратного дециметра дети легко определяют площадь фигуры, о которой речь шла выше, в квадратных дециметрах.

Для закрепления учащиеся определяют площади нескольких фигур, изображенных на плакате и предварительно разбитых на квадраты со стороной в 1 дм.

Следующим шагом является усвоение способа вычисления площади прямоугольника в квадратных дециметрах. Так как правило вычис-



ления площади прямоугольника в квадратных сантиметрах уже известно учащимся, то им предоставляется возможность самостоятельно осуществить перенос его на случай, когда длины сторон прямоугольника выражаются в дециметрах. Для этого учащимся предлагается прямоугольник с длиной, например, в 5 дм и шириной в 4 дм. Спрашиваются:

— Чему равна площадь этого прямоугольника в квадратных дециметрах ?

После получения ответа учитель просит объяснить, как дети понимают смысл выражения: "Площадь данного прямоугольника равна 20 кв.дм", — и доказать, что действительно в данном прямоугольнике поместятся (данный прямоугольник полностью покроет) 20 кв.дм. Для доказательства учащиеся должны привести рассуждения, аналогичные тем, которые они приводили при выводе правила вычисления площади прямоугольника в квадратных сантиметрах:

— Так как длина данного прямоугольника равна 5 дм, то по длине в одном ряду поместится 5 кв.дм. Так как ширина прямоугольника 4 дм, то во всем прямоугольнике таких рядов будет 4. Значит, весь прямоугольник будет состоять из четырех рядов по 5 кв.дм в каждом, т.е. всего квадратных дециметров в нем содержится 5  $\cdot$  4 или 20. Следовательно, площадь прямоугольника равна 20 кв.дм.

Если дети не смогут ответить на первый вопрос, то учитель предлагает вспомнить, как вычисляли площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах, а потом подумать, нельзя ли аналогично вычислить площадь в квадратных дециметрах. После такого указания на перенос соответствующего правила уже все учащиеся смогут самостоятельно выполнить задание.

Для установления соотношения между квадратным дециметром и квадратным сантиметром учащиеся самостоятельно выполняют соответствующее упражнение учебника [8, с.145] и упр. 72I, в которых требуется начертить квадратный дециметр, разделить его на квадратные сантиметры и подсчитать, сколько квадратных сантиметров в 1-м квадратном дециметре. Полученный результат, 1 кв.дм = 100 кв.см, записывается в тетрадях и на доске и запоминается учащимися. Для закрепления дается ряд устных и письменных упражнений на перевод значений площади из одних единиц измерения в другие.

Упражнения должны быть разнообразны по форме постановки заданий. Это могут быть вопросы вида:

- Сколько квадратных сантиметров содержится в 3-х, 7-ми, 10-ти ... квадратных дециметрах ?

- Сколько квадратных дециметров составят 100, 300, 10000 ... квадратных сантиметров ?

Полезны задания на установление равенства двух значений площади, выраженных в разных единицах измерения:

- Вставить пропущенные числа так, чтобы равенства были верны:

$$3 \text{ кв.дм } 50 \text{ кв.см} = \dots \text{ кв.см} ;$$

$$10 \text{ 830 кв.см} = \dots \text{ кв.дм } \dots \text{ кв.см} .$$

Можно включить задание на установление отношений равенства или неравенства между значениями площади:

- Какой знак ( $<$ ,  $>$ ,  $=$ ) нужно поставить, чтобы равенство или неравенство было верно ?

$$3 \text{ кв.дм } 5 \text{ кв.см} \neq 305 \text{ кв.см} ;$$

$$7 \text{ 080 кв.см} \neq 7 \text{ кв.дм } 80 \text{ кв.см} .$$

Усвоению соотношений между единицами измерения площади и закреплению умения преобразовывать значения площади из одних единиц в другие способствует также изучение действий над значениями различных величин, в том числе и над значениями площади. Это упражнения вида:

-Выполнить действия:

$$3 \text{ кв.дм } 75 \text{ кв.см} \cdot 5 ; 70 \text{ кв.дм } 65 \text{ кв.см} : 5 ; 3 \text{ кв.дм} : 60 \text{ кв.см}.$$

Большую роль в формировании у учащихся представлений о площади и измерении площадей в квадратных дециметрах и в квадратных сантиметрах играют практические работы по определению площадей поверхностей окружающих детей предметов: классной доски, парты, учебной книги, подоконника, листа бумаги и т.п. На всем протяжении работы по формированию навыков измерения площади в изученных единицах целесообразно изредка задавать вопросы на понимание смысла измерения:

- Объясни смысл предложения: "Площадь квадрата равна 7-ми кв. дм, 6-ти кв.дм 8-ми кв.см и т.д.";

- Что значит измерить площадь фигуры в квадратных сантиметрах; в квадратных дециметрах ?



Ознакомление с новой единицей измерения, квадратным метром, можно провести аналогично тому, как это было показано для квадратного дециметра. Особенностью является то, что изучением этой единицы завершается расширение знаний учащихся начальной школы о мерах площади и происходит их систематизация и обобщение. Поэтому на уроках, посвященных ознакомлению и применению квадратного метра, составляется общая таблица мер площади, закрепляются общие представления о площади, конкретные представления о каждой из изученных единиц измерения площади.

Наряду с выполнением упражнений по определению площадей прямоугольников в квадратных метрах из учебника полезно включать и упражнения по измерению площади в других единицах и последующему переводу в более крупные. Полезно также давать задания на выбор наиболее удобной единицы измерения площадей поверхностей реальных предметов. Это целесообразно делать перед соответствующей практической работой. Так, например, дав учащимся задание — определить площадь поверхности воды в аквариуме классного живого уголка, учитель прежде всего спрашивает, в каких единицах удобнее выразить площадь этой поверхности? Для ответа на вопрос учащиеся зрительно оценивают как линейные размеры прямоугольников, форму которых имеют измеряемые поверхности, так и их площадь, и на основе этой оценки выбирают единицу измерения площади. Например, при измерении площади пола классной комнаты учащиеся так обосновывают свой выбор квадратного метра в качестве единицы измерения: "Длина и ширина классной комнаты составляют по нескольку метров. Площадь пола, очевидно, будет содержать более десяти квадратных метров, поэтому измерять ее удобнее в квадратных метрах. Для этого нужно измерить длину и ширину в метрах и найти произведение полученных чисел".

Особый интерес представляет случай, когда длины сторон прямоугольника не выражаются целым числом метров (дециметров). Учитель может поступить при этом по-разному. Можно предложить учащимся считать длины сторон приближенно равными целому числу метров (дециметров) и определить таким образом приближенное значе-

ние площади в квадратных метрах (квадратных дециметрах). Можно же поступить следующим образом. Измерив длины сторон, например, в метрах и дециметрах (дециметрах и сантиметрах), учитель предлагает разбить прямоугольник, форму которого имеет измеряемая поверхность, на несколько прямоугольников, длины сторон которых выражаются целым числом метров или дециметров (дециметров или сантиметров). Пусть, например, длины сторон классной комнаты, площадь пола которой измеряется, равны соответственно 8 м 7 дм и 4 м 5 дм. Этот прямоугольник может быть разбит на 4 прямоугольника а со сторонами 8 м и 4 м, 5 дм и 7 дм, 8 м и 5 дм (Рис. 26).

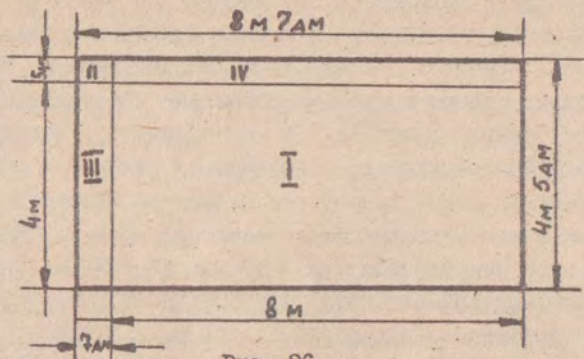


Рис. 26

Значение площади всего прямоугольника будет равно сумме значений площадей составляющих его прямоугольников, причем площадь одного из них будет выражаться в квадратных метрах, а трех остальных — в квадратных дециметрах. Вычисления могут быть оформлены следующим образом:

I. Дл. — 8 м, Шир. — 4 м. Площадь:  $8 \cdot 4 = 32$  кв.м.

II. Дл. — 5 дм. Шир. — 7 дм. Площадь:  $5 \cdot 7 = 35$  кв.дм.

III. Дл. — 4 м = 40 дм. Шир. — 7 дм. Площадь:  $40 \cdot 7 = 280$  кв.дм.

IV. Дл. — 8 м. = 80 дм. Шир. — 5 дм. Площадь:  $80 \cdot 5 = 400$  кв.дм.

Площадь пола:  $32$  кв.м  $+ 35$  кв.дм  $+ 2$  кв.м  $80$  кв.дм  $+ 4$  кв.м =  $= 39$  кв.м  $15$  кв.дм .

Конечно, выполнение этого задания в таком виде будет достаточно сложным для слабых и средних учащихся, поэтому с помощью учителя его нужно разделить на 5 более легких заданий (найти



площадь I, II, III и IV прямоугольников, определить сумму найденных значений площадей). В этом случае оно становится посильным для самостоятельного выполнения всеми учащимися. При таком выполнении задания ярко подчеркивается аддитивность площади и применение этого свойства для решения практических задач.

Упростить задание можно, выбрав для измерения прямоугольник, длина одной из сторон которого выражается в метрах (дециметрах), а другой — в метрах и дециметрах (дециметрах и сантиметрах). Тогда прямоугольник разбивается только на два прямоугольника и определение их площадей и площади целого прямоугольника уже не вызывает затруднений у учащихся. Важно только научить учащихся использовать для выполнения таких заданий чертежи.

Завершается работа по изучению площади решением текстовых задач, которые играют большую роль на всех этапах формирования как соответствующих представлений, так и соответствующей учебной деятельности.

#### В о п р о с ы , и з а д а н и я

1. Как показать учащимся практическую необходимость введения единой для всех фигур единицы измерения площади (необходимость введения квадратного сантиметра)?

2. Приведите примеры упражнений, подготавливающих учащихся к пониманию приближенности результатов измерения.

3. Изготовьте по одному комплекту индивидуальных наглядных пособий и дидактических материалов для первого урока по теме и для уроков по ознакомлению с квадратным сантиметром, квадратным дециметром. Каково назначение каждого пособия?

4. В чем неточность следующих высказываний учащихся: "Найти площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах — это значит найти произведение чисел, выражающих длину и ширину прямоугольника в сантиметрах"; "Площадь прямоугольника — это произведение ее длины на ширину".

#### ТЕМА IV

### РОЛЬ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В математической подготовке учащихся начальной школы текстовые задачи могут выполнять различные функции. При формировании математических понятий они могут служить мотивом введения понятия, способом его введения или средством обучения способам применения этого понятия в различных реально возможных ситуациях. Решение текстовых задач, требуя выполнения различных мыслительных, логических операций, способствует развитию детей, воспитанию у учащихся таких качеств личности, как целеустремленность, способность к самоконтролю и др.

Выполняя каждую из этих функций, текстовые задачи в начальной школе при соответствующей методике их использования могут способствовать формированию учебной деятельности школьников, т.е. формированию учебно-познавательных мотивов, обучению постановке и принятию учебных задач, овладению учебными действиями, формированию самоконтроля и самооценки. Текстовые задачи в начальной школе, являясь элементом содержания курса математики, одновременно являются средством овладения учащимися математикой и способами применения уже усвоенных математических знаний для получения новых знаний и для решения конкретно — практических задач.

Решение текстовой задачи является аналогом решения любой прикладной задачи, так как состоит примерно из тех же этапов: перевода текста задачи на язык математики (для текстовых задач — составление уравнения, выражения, последовательности арифметических действий); решения получившейся чисто математической задачи (решение уравнения, нахождение значения числового выражения, выполнение цепочки арифметических действий); интерпретации полученного результата в терминах исходной задачи (формулировка ответа на вопрос задачи). Поэтому, выполняя все перечисленные выше функции, решение текстовых задач способствует также осознанию учащимися прикладных функций математических знаний и овладению ими соответствующими способами деятельности. Причем овладение этими способами деятельности происходит эффективнее, если для



учащихся оно является непосредственной и осознаваемой целью их учебной работы. Это утверждение относится также и к реализации некоторых других, перечисленных выше функций.

При изучении каждой конкретной темы функции текстовых задач реализуются через достижение конкретных учебных целей их использования на уроке. Учителю необходимо при подготовке к каждому уроку и к изучению каждой темы ясно представлять себе те учебные цели, которые могут быть достигнуты с помощью текстовых задач. При этом нужно продумать такие формы, методы и средства учебной работы на уроке, которые позволили бы учащимся принять и осознать основные из этих целей, т.е. чтобы учебная цель использования той или иной задачи стала непосредственной целью-мотивом соответствующей деятельности учащихся.

Текстовые задачи при изучении геометрических величин играют двоякую роль. С одной стороны, они знакомят учащихся с группой практических задач, которые могут возникать в быту, на производстве и решение которых связано с измерением или вычислением длины, площади, периметра. С другой стороны, знание геометрических величин и их свойств позволяет применять их в процессе поиска решения достаточно большого числа текстовых задач не содержащих геометрические величины, но допускающих геометрическую интерпретацию.

Решение задач первой группы приводит учащихся к осознанию практической важности знаний о геометрических величинах в реальной жизни человека, общества, а следовательно, во-первых, создает предпосылки формирования материалистического мировоззрения; во-вторых, способствует формированию мотивов изучения соответствующего материала, в-третьих, служит средством углубления и уточнения представлений учащихся о геометрических величинах.

Использование на уроке задач второй группы обогащает арсенал приемов поиска решения разнообразных задач у учащихся, создает благоприятные условия для овладения учащимися действием переноса знаний в новые условия, является основой обобщения свойств различных конкретных величин. Применение свойств геометрических величин для решения таких задач способствует также более глубокому усвоению самих геометрических величин и связанных с ними понятий.

Все текстовые задачи, содержащие геометрические величины, делятся на два класса. Задачи первого класса по содержанию чисто геометрические. В них речь идет о длинах отрезков, площадях многоугольников. Такие задачи часто являются составной частью практической работы по вычерчиванию отрезков или многоугольников и измерению соответствующих величин. Например: "Начерти два отрезка. Длина одного из них — 10 см, он на 3 см длиннее другого. Чему равна длина другого отрезка?". При выполнении этой работы учащийся должен вначале решить текстовую задачу, а затем выполнить построение. Можно же на основе понимания смысла отношения "на 3 см короче" вначале построить искомый отрезок как "разность" отрезков длиной 10 см и 3 см (т.е. на отрезке длиной 10 см отложить отрезок длиной 3 см), а затем уже измерить длину получившегося отрезка.

Задачи второго класса — это сюжетные задачи. В них речь идет о длинах или площадях реальных объектов (куска проволоки, поверхности стола и т.п.) и соответствующих отношениях между ними. Абстрактными моделями этих объектов являются отрезки и многоугольники (чаще всего прямоугольники).

Задачи первого класса способствуют формированию у учащихся представлений о длине, как о свойстве отрезков, и о площади, как о свойстве геометрических фигур. Включая в себя задание на построение отрезков и других геометрических фигур, они служат также формированию навыков построения, навыков геометрического представления отношений между длинами отрезков и площадями фигур.

Задачи второго класса показывают учащимся практическое значение геометрических величин и одновременно расширяют и углубляют представления учащихся о них.

При формировании понятия длины первые текстовые задачи появляются сразу же после ознакомления учащихся с соответствующими терминами и первой единицей измерения длины — сантиметром. Основное их назначение — формирование у учащихся представлений об отношениях "на ... см больше (меньше)" между длинами отрезков. Одновременно формируется умение представлять геометрически аналогичные отношения, заданные на множестве чисел. (До этого смысл этих



отношений усваивается детьми через выполнение операций над дискретными множествами).

Арифметическое решение указанных задач практически сводится к переводу словесного задания отношений на язык числовых равенств.

Геометрическое решение основывается на свойстве аддитивности длины и сводится к построению отрезка, который является суммой или разностью двух других данных отрезков (рис. 27).

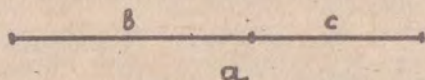


Рис. 27

Геометрическое решение нагляднее, оно требует от учащихся выполнения практических действий: вычерчивания отрезков, измерения отрезков, откладывания отрезка заданной длины в другом отрезке и потому способствует лучшему усвоению рассматриваемых отношений, одновременно формируя у учащихся понятие длины и ее свойств, чертежных и измерительных навыков.

Первое знакомство с текстовыми задачами, содержащими геометрические величины (длину), можно провести после ознакомления с соответствующим отношением для длин. Так как отношение "быть длиннее (короче)" задает на множестве чисел отношение "быть больше (меньше)", то необходимо, чтобы общность этих отношений была показана учащимся.

Начать работу поэтому нужно с закрепления понимания учащимися смысла соответствующего отношения между числами. Это может быть достигнуто путем выполнения, например, следующих упражнений:

1. Прочитать различными способами запись:  $5 + 2 = 7$ .

(К пяти прибавить два получится семь. Пять увеличить на два получится семь. Семь больше пяти на два. Семь больше двух на пять. Пять меньше семи на два. Два меньше семи на пять. и т.п.).

2. Покажите с помощью кружков, что означают предложения:

7 больше пяти на два; семь больше двух на пять; пять меньше семи на два; два меньше семи на пять и др.

(Положим семь кружков, отодвинем 5 кружков, останется 2 кружка. Значит, семь на два больше пяти и т.д.)

3. Что можно сказать о числе черных и белых (или другого цвета) кружках по следующему рисунку ? (Рис. 28)

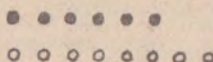


Рис. 28

(Черных кружков 7. Белых — 10. Белых кружков на 3 больше, чем черных. Черных кружков на 3 меньше, чем белых).

Как записать это в виде равенств ? ( $10 - 3 = 7$  ;  $10 - 7 = 3$  ;  $7 + 3 = 10$ ).

4. Запишите в виде равенства те действия, которые я буду выполнять с кружочками. (Учитель выкладывает на наборное полотно 6 зеленых кружочков. Ниже выкладывает вначале столько же кружков, а затем убирает два кружка). (Рис. 29)

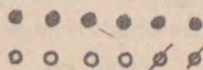


Рис. 29

( $6 - 2 = 4$  ;  $4 + 2 = 6$  ;  $6 - 4 = 2$  ).

5. Из каких отрезков состоит данный отрезок ? (Учитель показывает нужный отрезок. Для демонстрации чертежа удобно использовать кодоскоп). (Рис. 30)

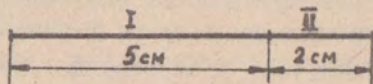


Рис. 30

Чему равна длина всего отрезка ? Больше или меньше длина всего отрезка, чем длина отрезка I ? отрезка II ? На сколько больше или меньше ? Как это записать с помощью чисел ? (Длина всего отрезка 7 см. Длина всего отрезка больше длины отрезка I и больше длины отрезка II. Длина всего отрезка на 2 см больше, чем длина отрезка I и на 5 см больше, чем длина отрезка II.

$7 = 5 + 2$  ;  $7 - 5 = 2$  ;  $7 - 2 = 5$  )



6. Какой из отрезков длиннее? На сколько сантиметров?

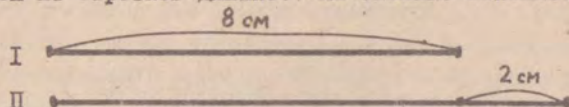


Рис. 3I

7. Постройте отрезок длиной 5 см. Увеличьте его на 3 см.

8. Постройте отрезок длиной 8 см. Уменьшите его на 2 см.

Выполняя последние упражнения, учащиеся знакомятся с соответствующим отношением на множестве длин. С усвоением этого отношения связано овладение учащимися операцией увеличения (уменьшения) отрезка на отрезок заданной длины, т.е. построения отрезка на несколько сантиметров длиннее (короче) данного. Работа по обучению детей этой операции проводится на протяжении достаточно большого промежутка времени до полного овладения ею всеми учащимися. В учебнике математики для I-го класса достаточно много упражнений для ее проведения. При их выполнении учащимся необходимо показать основные учебные цели этих упражнений, а именно: дать детям возможность понять значение умения строить больше или меньше данных для решения или проверки решения соответствующих задач. Это можно сделать, дав учащимся задание ответить на вопрос задачи только с помощью построения и измерения, не произведя вычислений.

Задача может быть, например, такой: "Начерти два отрезка: один длиной 10 см, а другой на 6 см короче. Чему равна длина второго отрезка?" Перед ее решением учитель выясняет, какие действия нужно произвести, чтобы выполнить задание. С помощью учащихся составляется план его выполнения: "1. Построить отрезок длиной в 10 см. 2. Отложить на нем отрезок в 6 см и выделить оставшуюся часть. 3. Построить отрезок, равный оставшейся части отрезка. 4. Измерить длину полученного отрезка. 5. Записать ответ на вопрос задачи."

Главной целью выполнения этого задания является не нахождение длины второго отрезка, а усвоение учащимися последовательности действий для геометрического решения задач такого рода. На это должно быть обращено внимание учащихся.

В тетради учащихся выполненное задание будет выглядеть так (рис. 32):

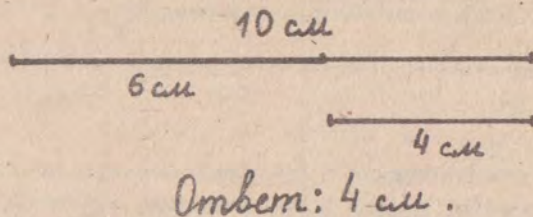


Рис. 32

На отработку умения решать такие задачи с помощью лишь построения и измерения учителю нужно обращать самое серьезное внимание, так как только в этом случае можно использовать такие задачи для наглядного представления соответствующих отношений и готовить учащихся к применению чертежей для решения текстовых задач. Достижение же последней цели — одна из важных задач обучения учащихся в начальной школе вообще и в I-м классе в частности. Умение выполнять нужные построения позволяет уже в I-м классе (на втором году обучения при начале обучения с 6-ти лет) познакомить учащихся с применением чертежей при решении текстовых задач, способствует формированию пространственных представлений, выработке чертёжных и измерительных навыков.

Полезно практиковать решение таких задач двумя путями. Например, вначале выполнить решение геометрически, т.е. с помощью построения, а затем решить эту же задачу, выполнив арифметические действия над числовыми значениями длин соответствующих отрезков. Можно практиковать выполнение таких заданий по вариантам (один вариант выполняет решение геометрически, а другой — арифметически), а потом проводится сравнение и обсуждение полученных в каждом варианте решений, взаимопроверка.

По мере усвоения учащимися геометрического способа решения задач на определение длин отрезков можно постепенно знакомить учащихся с применением чертежей сначала при решении сюжетных задач, содержащих геометрические величины, а затем и задач таких величин не содержащих.



До урока специального ознакомления с применением чертежа к решению задач учащиеся уже должны приобрести некоторый опыт такого применения под прямым руководством учителя при включении задач в уроки, основной целью которых не является обучение учащихся использованию чертежей. Наличие такого опыта важное условие осознанного усвоения учащимися графического способа анализа содержания и поиска решения задачи.

Специальное ознакомление с применением чертежа к решению задач можно провести в третьей четверти (или в середине второго года обучения при начале обучения с 6-ти лет). Тема одного из уроков: "Применение чертежей при решении задач".

Сначала учащимся предлагается выполнить ряд подготовительных упражнений. Приведем одно из них.

1. Покажите отрезок (рис. 33), длина которого неизвестна. Как можно найти ее через длины других отрезков. (Чертежи проецируются через кодоскоп).

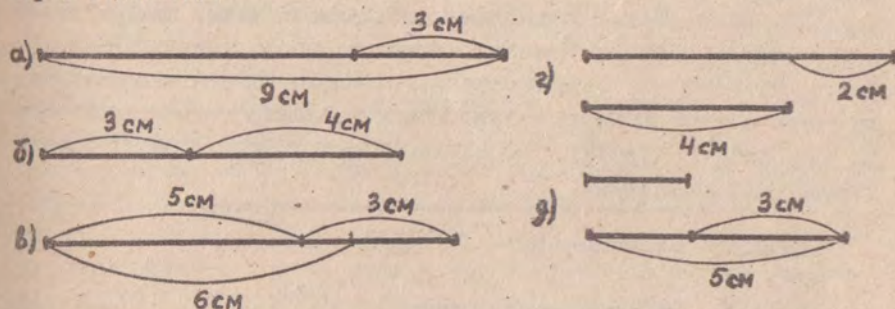


Рис. 33

Учитель вводит термин "чертеж" и обращает внимание учащихся на то, что по чертежу легко определить, какие действия над данными числами нужно выполнить, чтобы получить искомое. Далее полезно предложить учащимся решить такую задачу, ответить на вопрос которой очень легко по чертежу и очень трудно без использования чертежа. Вот примеры таких задач.

1. Лена старше Тани на 2 года, но на 1 год моложе, чем Света. Кто старше: Таня или Света, и на сколько лет?

2. На вершине пятиметрового столба сидит улитка. Каждый день она спускается по столбу на 3 м. вниз, а каждую ночь поднимается на 2 м вверх. В какой день она достигнет земли?

Для решения приведенных задач без чертежа требуются довольно сложные рассуждения, непосильные зачастую и для старшеклассников. Изображение же содержания задачи на чертеже делает ее решение доступным даже для первоклассников.

Предложив учащимся решить одну из этих задач (или любую другую такого же рода) и убедившись, что никто решить ее не может, учитель строит на доске чертеж к задаче (рис. 34, 35), проводя все необходимые рассуждения: "Изображу все, о чем говорится в задаче, в виде отрезков. Изображу вначале произвольным отрезком возраст Лены. Напишу слева имя девочки. Лена старше Тани на 2 года, значит Таня младше Лены на 2 года. Поэтому отрезок, изображающий возраст Тани, будет короче отрезка, изображающего возраст Лены. Лена моложе Светы на 1 год, значит Света старше Лены на 1 год. Поэтому отрезок, изображающий возраст Светы, начерчу немного длиннее первого отрезка. Сравню теперь второй и третий отрезки. Обозначу на чертеже отрезок, показывающий, на сколько различаются возрастом Света и Таня. Скажите теперь, кто старше: Таня или Света?" (Света). "На сколько Света старше Тани?" (Света старше Тани на 3 года).

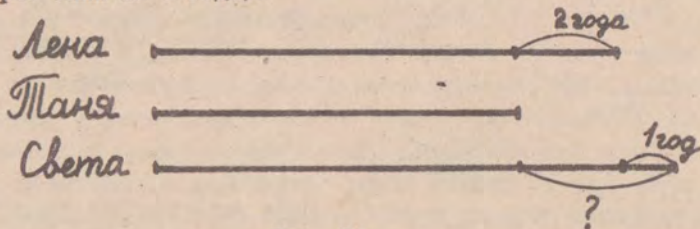


Рис. 34

Для второй задачи удобно изобразить с помощью отрезков положение улитки в каждый из дней (рис. 35). Показывая "движение улитки по столбу", легко получить ответ на вопрос задачи.

Цель рассмотрения одной из указанных задач — создание ситуации, в которой ярко видна полезность использования чертежа при



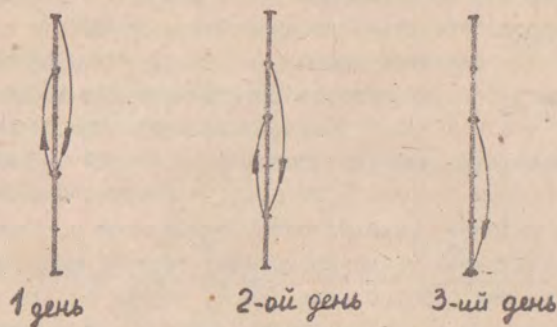


Рис. 35

решении задач. Работу с такой задачей нужно провести эмоционально, живо, чтобы детям очень захотелось научиться строить чертежи к задачам, искать по чертежам решение. Поэтому после выполнения всех необходимых построений учитель предоставляет возможность ответить на вопрос задачи самим учащимся. Нужно спросить нескольких ребят. Все они дадут правильный ответ на вопрос задачи. Теперь можно поставить перед учащимися соответствующую учебную цель их деятельности на данном уроке: "Молодцы. Все ответили правильно. А почему, когда я сразу после чтения задачи просила ответить на вопрос задачи, никто не мог этого сделать? (Не было чертежа)." Вот видите, каким помощником при решении задач может быть чертеж. Хотите научиться сами строить чертежи к задачам и искать по ним решения задач?" (Да). "Сегодня вы и будете этому учиться."

Уточняя понимание учащимися учебной цели предстоящей работы, полезно обратиться к детям с вопросом: "Чему же вам сегодня нужно научиться?" С помощью учителя должны быть сформулированы две цели: "Научиться строить чертеж к задаче" и "Научиться по готовому чертежу составлять план решения задачи". На данном уроке по предложению учителя принимается только первая цель. Вторая цель ставится и принимается через несколько уроков. Полезно сообщить учащимся, что чертежи применяют при решении многих задач на производстве.

Чтобы деятельность учащихся носила характер учебной, необходимо привлекать их к определению тех заданий, выполнение которых

поможет достижению поставленной цели. Для этого перед детьми ставится вопрос: "Что нужно делать, чтобы научиться строить чертежи к задачам?" Выслушав несколько ответов, учитель формулирует первое задание: "Коллективно построить чертеж к задаче, выделяя и запоминая, что и в какой последовательности делали для этого!" Можно выполнить это задание, например, на такой задаче: "С одного куста смородины собрали 6 кг ягод, а с другого 4 кг. С 7 кг ягод сварили варенье. Сколько килограммов ягод осталось?"

Коллективную работу по построению чертежа можно провести, например, так, как описано ниже. После чтения задачи (текст должен быть записан на доске) и обычной работы над ее содержанием учитель предлагает изобразить содержание задачи с помощью отрезков.

— Подумайте, что удобнее изобразить отрезком сначала? (Массу собранных с первого куста).

— Но чтобы начертить отрезок, нужно решить, как его расположить и какой длины чертить. Как будем располагать отрезок? (Горизонтально).

— Какой длины удобнее начертить этот отрезок? (6 см).

— Почему? (Этот отрезок будет изображать 6 кг ягод. 1 см — это 1 кг.)

— Начертите этот отрезок.

— Давайте обозначим, что этот отрезок изображает 6 кг ягод (рис. 36а).

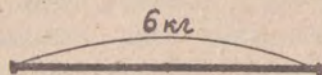


Рис. 36а

— Итак, первое, что мы сделали — это изобразили отрезком одно данное задачи: массу собранных с первого куста ягод. При этом мы подумали как расположить этот отрезок и какой длины его начертить. Что еще нужно изобразить? (Массу ягод, собранных со второго куста.)

— Как расположить этот отрезок: ниже, выше первого отрезка или на его продолжении? (Лучше отложить этот отрезок на продол-



жении первого. Тогда два отрезка вместе будут изображать массу ягод, собранных с двух кустов.)

— Какой длины удобно отложить этот отрезок? (4 см, так как отрезок будет изображать 4 кг ягод.)

— Давайте начертим этот отрезок и обозначим, что он изображает 4 кг ягод (рис. 36б)

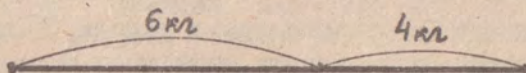


Рис. 36б

— Что еще нужно изобразить? (Нужно изобразить массу ягод, из которых сварили варенье.)

— Где отложить этот отрезок: ниже, выше уже построенного отрезка или на нем? (Нужно отложить этот отрезок на построенном, так как 7 кг брали из всех ягод, собранных с двух кустов.)

— Какой длины нужно отложить отрезок? (7 см, так как он будет изображать 7 кг ягод.)

— Отложим этот отрезок и обозначим его (рис. 36в)

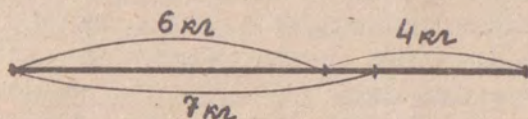


Рис. 36в

— Прочитайте задачу и посмотрите на чертеж. Все ли содержание задачи изображено на чертеже? (Нет. На чертеже не изображено искомое.)

— Покажите на чертеже отрезок, который изображает массу оставшейся ягоды. Обозначим его (рис. 36г).

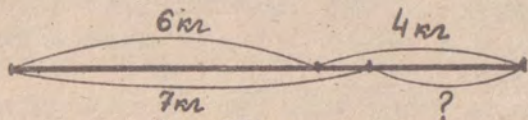


Рис. 36г

- Измерьте длину части отрезка, изображающей массу оставшейся ягоды (3 см).

- Сколько килограммов ягод осталось ? (3 кг)

- Вспомним теперь, что и в каком порядке мы делали, чтобы построить чертеж.

С помощью учащихся составляется "памятка" по построению чертежа к задаче:

1. Прочитай задачу, выдели вопрос и условие, данные, искомое.

2. Изобрази одно из данных или неизвестных отрезком, обозначь его.

3. Изобрази отрезками оставшиеся данные, неизвестные, искомое. Обозначь их. Перед тем, как чертить каждый из отрезков, определи: а) как его расположить; б) какой длины его начертить.

4. Проверь, правильно ли построен чертеж.

Далее нужно коллективно построить чертеж еще к одной задаче. Работу над этой задачей нужно построить так: учитель спрашивает у учащихся, что нужно делать сначала, что - следующим шагом. Учащиеся, опираясь на "Памятку", сами говорят, что нужно делать, и сами выполняют необходимые действия.

В заключение учитель предлагает детям проверить и оценить, как они научились строить чертежи к задачам. Вместе с учителем выясняется, что для такого контроля и оценки нужно самостоятельно построить чертеж к задаче. У кого чертеж будет построен правильно, тот, значит, научился. (Такой контроль и оценка могут быть осуществлены и на следующем уроке.)

В дальнейшем обучение построению чертежа продолжается при решении задач и при выполнении специальных заданий. Приведем примеры некоторых из них.

1. На доске заранее построено несколько чертежей. Через кодоскоп проецируется текст задачи. Задание учащимся: указать номер чертежа, соответствующего задаче (или того, который будет соответствовать после внесения некоторых изменений или дополнений - указать каких).

2. Учитель проецирует через кодоскоп два - три текста задач или указывает номер страницы учебника. На доске - чертеж. Зада-



ние учащимся: выбрать задачу, к которой построен чертеж.

3. Дана задача и чертеж к ней. Задание учащимся: проверить, правильно ли построен чертеж; если неправильно, то найти ошибку и сказать, как ее устранить.

Чтобы приведенные упражнения были более эффективны, при их выполнении (или после) обязательно выясняется целевое назначение этих упражнений: "Как вы думаете, чему я хочу научить вас, предлагая эти задания?" (Научить определять, подходит ли чертеж к задаче, научить проверять правильно ли построен чертеж и т.п.) "А для чего вам нужно это уметь?" (Чтобы уметь применять чертежи при решении задач.)

Первоначально для обучения использованию чертежей целесообразно брать задачи, содержащие непрерывные величины: массу, объем и т.п. В дальнейшем можно обучить учащихся применению чертежей и при решении задач, в которых говорится о дискретных множествах.

Через несколько уроков после обучения построению чертежа к задачам перед учащимися ставится цель: научиться по чертежу составлять план решения задачи. Для достижения этой цели полезно выполнение приведенных ниже заданий. (К их формулировке нужно привлечь учащихся).

I. Из каких отрезков состоит искомый отрезок? (Рис. 37)

Сумме или разности данных чисел равна его длина?

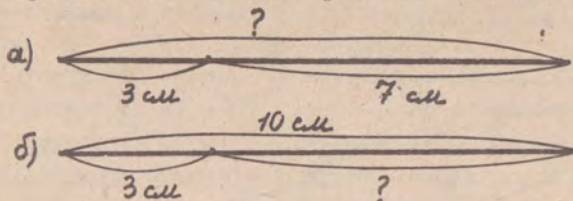


Рис. 37

2. Какой отрезок больше и на сколько? (Рис. 38) Какие обозначения нужно ввести, чтобы это был чертеж некоторой текстовой задачи? Введите необходимые обозначения. Составьте план решения этой задачи, обоснуйте его взаимным расположением отрезков, срав-

нением длин и смыслом обозначений. Придумайте текст соответствующей задачи. Составьте другую задачу к этому чертежу.

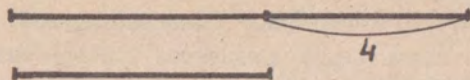


Рис. 38

3. По данным чертежам (рис. 39) составьте выражения, значения которых соответствуют знаку "?" на чертеже. Составьте тексты задач к каждому чертежу.

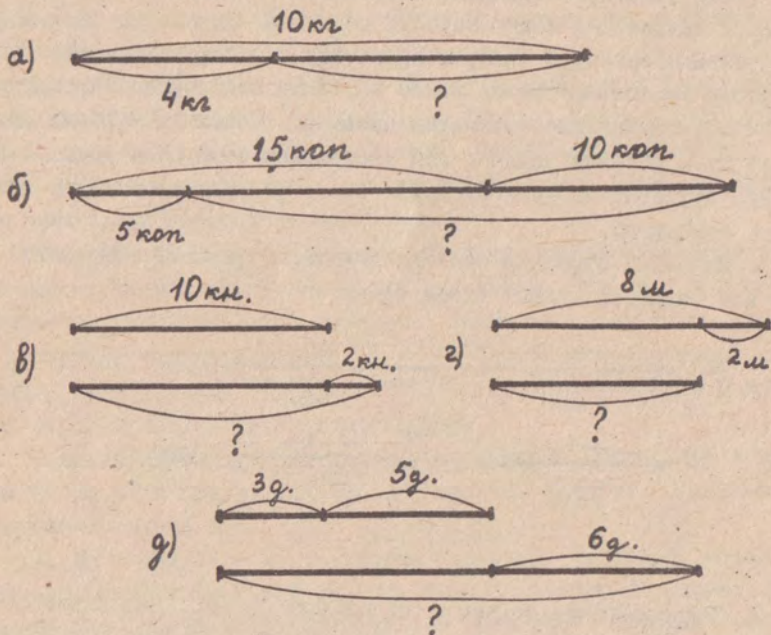


Рис. 39

4. Составьте план решения задачи, используя для его поиска чертеж. (Текст задачи дается).



5. По чертежу задачи (учащимся предлагается на доске или на индивидуальных карточках текст задачи и чертеж к ней) составлен следующий план решения (план записан на доске, дается на карточке или читается учителем). Верно ли он составлен?

В 3-м классе основное внимание в решении задач с геометрическими величинами уделяется текстовым задачам, содержащим понятие площади. Первые текстовые задачи такого рода — это задачи чисто геометрические, в которых по данным значениям длин сторон прямоугольника нужно определить его площадь. Это задачи на прямое применение правила вычисления площади прямоугольника. Как избежать формального его усвоения, мы показали во втором разделе. Здесь мы остановимся лишь на соответствующих сюжетных задачах.

В учебнике таких задач немного, и поэтому они неполно отражают практическое применение понятия площади и измерения площади в квадратных сантиметрах, квадратных дециметрах и квадратных метрах. Учитель может включать в урок самостоятельно составленные или подобранные из методической литературы задачи. В них полезно отобразить использование понятия площади для характеристики труда маляров, штукатуров, для определения нормы расходования строительных материалов и т.п. Пример такой задачи: "Банка краски рассчитана на покраску 10 кв.м поверхности. Хватит ли этой краски для окрашивания четырех дверей, измерения которых 1 м и 1 м 90см?"

Одна из основных целей рассмотрения таких задач — показать учащимся практическую значимость умения вычислять площади фигур. Задачи поэтому должны быть разнообразны и описывать реально возможные ситуации. Полезно составление задач самими учащимися, а также проведение различных расчетов, связанных с ремонтом класса, с определением расхода семян для посева на пришкольном участке и т.п.

Другой важнейшей целью включения в уроки задач, содержащих понятие площади, является обучение учащихся способам поиска решения. Особый интерес представляет поиск решения таких задач с использованием чертежа, так как в этом случае не только лучше закрепляются представления учащихся о площади фигур, но и формируется пространственное мышление, умение наглядно представить содержание задачи. Зачастую иллюстрация задачи в виде чертежа дает

возможность найти несколько способов решения задачи, а это, в свою очередь, позволяет провести на уроке интереснейшую работу по определению рационального способа решения, по анализу процесса поиска каждого способа решения. К тому же, использование чертежей на этом этапе готовит учащихся к изучению в средних классах систематического курса геометрии, к решению геометрических задач.

Покажем на примере одной задачи как расширяются возможности решения задачи различными способами при использовании чертежа. Содержание задачи: "Длина листа бумаги прямоугольной формы 9 дм, а ширина 8 дм. Для стенгазеты отрезали  $\frac{2}{3}$  листа, а из оставшего сделали две одинаковые коробки. Сколько квадратных дециметров пошло на каждую коробку?"

Решение этой задачи без чертежа производится в результате примерно таких рассуждений: "В задаче требуется определить, сколько квадратных дециметров пошло на каждую коробку. Для этого нужно узнать, сколько квадратных дециметров содержит весь лист. Лист имеет прямоугольную форму, т.е. представляет собой прямоугольник с известными сторонами. Значит его площадь будет равна  $9 \cdot 8 = 72$  (кв.дм). Для стенгазеты отрезали  $\frac{2}{3}$  листа, поэтому найдем  $\frac{2}{3}$  от 72. Тем самым мы определим площадь части листа, использованного для стенгазеты. Так как оставшаяся бумага пошла на изготовление двух коробок, то вычтя из значения площади всего листа значение площади части листа, отрезанного для стенгазеты, мы узнаем, сколько квадратных дециметров пошло на две коробки. Так как коробки одинаковые, разделив полученное число на два, мы узнаем, сколько квадратных дециметров пошло на одну коробку."

Решение может быть записано так:

- 1)  $9 \cdot 8 = 72$  (кв.дм) — площадь всего листа.
- 2)  $72 : 3 \cdot 2 = 24$  (кв.дм) — пошло на две коробки.
- 3)  $24 : 2 = 12$  (кв.дм) — пошло на одну коробку.

Ответ: 12 кв.дм.

Рассмотрим, какие способы решения могут быть найдены при использовании чертежа. (Рис. 40 Чертеж выполнен в масштабе 1 : 10)

На уроке математики в 3-м классе школы № 43 г.Москвы учащиеся самостоятельно нашли и предложили следующие способы решения:

И с п о с о б

- 1)  $9 : 3 \cdot 2 = 6$  (дм) — длина стороны листа бумаги, отрезанного



для стенгазеты.

2)  $9 - 6 = 3$  (дм) — ширина листа, использованного для изготовления коробок.

3)  $3 \cdot 8 = 24$  (кв.дм) — пошло на две коробки.

4)  $24 : 2 = 12$  (кв.дм) — пошло на одну коробку.

•  
Ответ: 12 кв.дм.

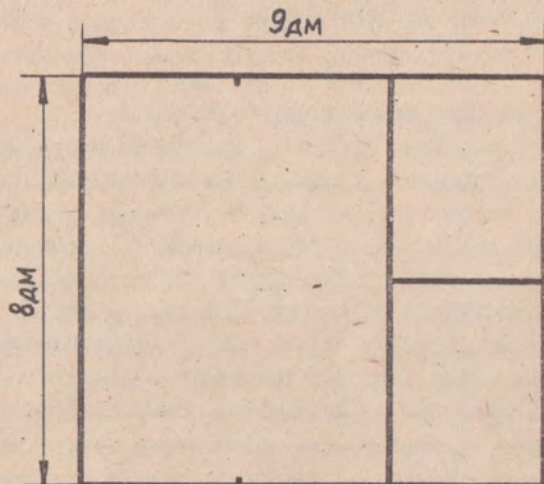


Рис. 40

### II способ.

Из чертежа видно, что на 2 коробки пошло  $1/3$  часть листа.

1)  $9 \cdot 8 = 72$  (кв.дм) — площадь всего листа.

2)  $72 : 3 = 24$  (кв.дм) — пошло на две коробки.

3)  $24 : 2 = 12$  (кв.дм) — пошло на одну коробку.

Ответ: 12 кв.дм.

### III способ.

Для решения задачи можно определить размеры части листа, использованного на изготовление одной коробки, а затем определить его площадь.

1)  $9 : 3 = 3$  (дм) — ширина части листа, использованного на изготовление одной коробки.

2)  $8 : 2 = 4$  (дм) — длина части листа, использованного на изготовление одной коробки.

3)  $3 \cdot 4 = 12$  (кв.дм) — пошло на изготовление одной коробки.

Ответ: 12 кв.дм.

Кроме этих способов решения, можно ответить на вопрос задачи с помощью практического измерения площади при точном построении чертежа, учитывая, что 1 см на чертеже изображает 1 дм в действительности. Такое решение можно предложить учащимся в качестве проверки. Запись будет выглядеть так.

Дл. — 4 дм.

Шир. — 3 дм.      Пл.:  $3 \cdot 4 = 12$  (кв.дм)

Ответ: на одну коробку пошло 12 кв.дм.

Как видим, использование чертежа и понимание смысла измерения площади позволили показать учащимся значение правильно выполненного чертежа для поиска решения задачи, показать способы поиска решения. Основной целью решения этой задачи на уроке должно быть овладение детьми способами применения чертежей для поиска решения задач. Для осознания учениками этой цели и для ее достижения необходимо перед решением задачи дать соответствующее задание. После обсуждения всех способов решения и обоснования рациональности отдельных способов формулируется общий план поиска решения задачи с опорой на чертеж. Для закрепления можно предложить учащимся, не выполняя решения, построить чертежи к ряду задач. Полезно давать и задания на определение различных способов решения по готовому чертежу, на применение чертежа как средства самоконтроля. Вся эта работа будет способствовать не только усвоению соответствующих знаний, но и принятию учащимися учебных целей выполняемых упражнений, формированию адекватных учебных действий и развитию самоконтроля.

Большую помощь оказывает применение чертежа при решении задач "на движение". Не останавливаясь здесь на методике обучения их решению, отметим лишь, что успешность овладения учащимися умением решать задачи "на движение" во многом определяется тем, насколько у учащихся сформированы представления о длине (расстоянии) и ее свойствах и как учащиеся владеют чертежными и измерительными навыками.



Геометрическое решение задачи или только поиск решения задачи с помощью чертежа могут также быть средством контроля и самоконтроля при решении задачи.

Решив задачу, например, только арифметическими средствами, можно найти ответ на вопрос задачи и с помощью построения чертежа и измерений. Если при этом получится тот же результат, то задача решена верно (при условии, что правильно выполнены все геометрические построения и измерения).

Приведем несколько задач, решение которых удобно проверить с помощью чертежа.

**Задача I.** [10, № 441, с. 154] В первой коробке лежало 12 карандашей, во второй 9, а в третьей на 3 карандаша меньше, чем в первой и второй коробке вместе. Сколько карандашей лежало в третьей коробке?

После решения этой задачи арифметическими средствами учащиеся могут для проверки решения построить чертеж, приняв отрезок, длина которого равна длине стороны клеточки, за изображение одного карандаша. Чертеж может быть выполнен от руки. Отрезки, изображающие карандаши в первой и второй коробке, удобно расположить на одной прямой (рис. 41). Для ответа на вопрос задачи достаточно построить отрезок на 3 клеточки короче, чем отрезок, являющийся объединением первого и второго отрезка, и затем подсчитать его длину в клеточках.

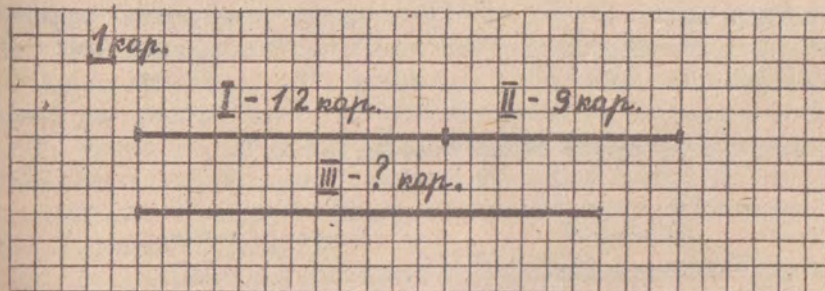


Рис. 41

**Задача 2.** [8, № 159, с. 33]. В магазине за 3 дня продали 1 т сахара: в первый день продали 300 кг, во второй день в два раза больше, чем в первый. Сколько килограммов сахара продали в третий день?

После решения этой задачи с помощью арифметических действий без привлечения для поиска решения чертежа можно для проверки получить ответ на ее вопрос с помощью построения чертежа (рис. 42) и измерения соответствующего отрезка при условии, что выбран масштаб, например, такой: отрезок в 1 см означает 100 кг сахара.

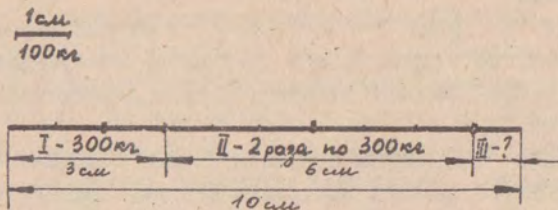


Рис. 42

Применив геометрические средства для поиска решения задачи, можно сопоставить найденный при этом план решения задачи с планом решения, полученным другими средствами. Такое сопоставление позволяет осуществлять самоконтроль по ходу решения задачи. Например, при решении задачи 197 [8, с. 41], составив план решения задачи без чертежа, можно проверить себя, построив чертеж (рис. 43). (Задача 197. На складе хранились овощи. Когда со склада увезли 10120 кг овощей, там осталось на 5480 кг овощей больше, чем увезли. Сколько килограммов овощей было на складе?)

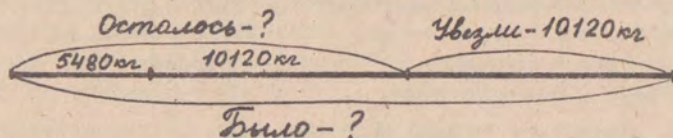


Рис. 43



В учебниках математики [8], [10], [11], в пособиях по внеклассной работе есть много задач, поиск решения которых облегчается при использовании чертежа.

В заключение отметим, что геометрические величины, являясь представителями класса аддитивно-скалярных величин, имеют много общих свойств с другими представителями этого класса: массой, временем, поэтому формирование представлений учащихся о массе и времени, может быть построено по тому же плану, что и изучение геометрических величин. Более того, изучение всех указанных величин должно строиться таким образом, чтобы учащиеся видели их математическую общность. Одним из средств показа этой общности и является построение геометрических моделей отношений между значениями негеометрических величин. Вообще, проводя работу по формированию у учащихся представлений о любой из величин, учитель должен помнить, что каждая из них является конкретной моделью одного и того же математического понятия.

### В о п р о с ы   и   з а д а н и я

1. Из учебника математики для 2-го класса выберите одну задачу, при поиске решения которой можно использовать чертеж. Запишите все рассуждения, необходимые для осуществления этого поиска.

2. Проанализируйте содержание задач, помещенных в учебнике математики для 1-го класса в разделе "Упражнения для закрепления" [10, с. 169-175]. Какие из них могут служить для закрепления знаний учащихся о геометрических величинах? Какие задачи допускают решение геометрическими средствами? При поиске решения каких задач можно использовать чертеж? На достижение каких учебных целей может быть направлена деятельность учащихся при работе над этими задачами?

3. Решите задачу 856 [8] только арифметическими средствами. Какие ошибки возможны при ее решении учащимися? Запишите необходимые рассуждения и сделайте построения для проверки решения этой задачи с помощью чертежа.

4. При решении задачи: "Мальчик купил альбом за 30 коп. В кассу он подал две монеты: 15 коп и 20 коп. Сколько сдачи получит

мальчик ?" ученик построил такой чертёж (рис. 44)

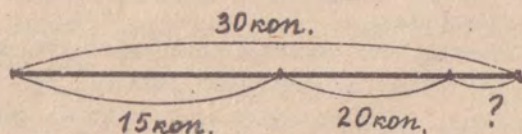


Рис. 44

Какую ошибку он допустил ? Почему ? Какую работу нужно провести для предупреждения подобных ошибок ?

5. Построив чертёж к следующей задаче, найдите такой способ ее решения, при котором для ответа на вопрос задачи достаточно выполнить всего лишь два арифметических действия. Устно охарактеризуйте фрагмент урока, в который с целью обучения учащихся умению решать задачи разными способами включена данная задача [8, № 234, с. 47] : "С одного поля собрали 9000 кг картофеля, с другого на 1320 кг меньше. Когда с каждого поля часть картофеля увезли, на первом поле осталось 2360 кг, на втором 2100 кг. С какого поля увезли картофеля больше и на сколько ?"

6. Составьте конспект обобщающего урока в 3 классе по теме: "Использование чертежей при решении текстовых задач". Предусмотрите в нем устные упражнения по теме, специальные упражнения по закреплению умений строить чертёж, составлять план решения задачи по чертежу, проверять решение задачи, применяя чертёж. Тщательно продумайте заключительный этап урока.

7. Из учебников математики для I, 2 и 3 классов выберите 3 задачи, при решении которых использование чертежа облегчает поиск решения. Устно охарактеризуйте методику работы с этими задачами на уроке.



### Список литературы

1. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В., Полевщикова А.М. Методика преподавания математики в начальных классах. М.: Просвещение, 1984. 336с.
2. Виленкин Н.Я., Пышкало А.М., Рождественская В.Б., Стойлова Л.П. Математика: Учебное пособие для студентов пединституты по специальности "Педагогика и методика начального обучения". М., Изд-во "Просвещение", 1977. 352с.
3. Дьякова Л.М. О подготовке учащихся к усвоению понятия площади. - Начальная школа, 1978, № 9, с.17-20.
4. Зельцер Д.Н. К методике изучения величин. - Начальная школа, 1981, № 5, с.61-66.
5. Колмогоров А.Н. Величина. - В кн.: Математическая энциклопедия. М., Изд-во "Советская энциклопедия", 1977, т.1, с.651.
6. Левенберг Л.Ш. Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. М.: Просвещение, 1978, 126с.
7. Математика: Учебное пособие по специальности "Педагогика и методика начального обучения" для студентов II курса факультетов подготовки учителей начальных классов. Под ред. А.А.Столяра. Минск: Вышэйш. школа, 1976. 272с.
8. Математика: Учебник для 3-го класса. Пчелко А.С., Моро М.И., Бантова М.А., Пышкало А.М. - М.: Просвещение, 1984. 207с.
9. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в I-3 классах: Пособие для учителя. М.; Просвещение, 1978. 336с.
10. Моро М.И., Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Математика: Учебник для I-го класса. М.: Просвещение, 1984. 176с.
11. Моро М.И., Бантова М.А. Математика: Учебник для 2-го класса. М.: Просвещение, 1984. 256с.
12. Программы восьмилетней школы: Начальные классы. М.: Просвещение, 1984. 256с.
13. Пчелко А.С., Пышкало А.М., Котов А.Я. Таблицы по математике для 3-го класса. 3-е изд., перераб. - М., 1980.
14. Пышкало А.М. Методика обучения элементам геометрии в начальных классах. М.: Просвещение, 1973.
15. Средства обучения математике в начальной школе. Состав-

вители Моро М.И., Пышкало А.М. М.: Просвещение, 1981, 144с.

16. Царева С.Е. Первые уроки по изучению площади. - Начальная школа, 1981, № 10, с.39-42.

---

Редактор В.Я.Тихонова

Технический редактор О.А.Осинцева

---

Подписано к печати 31.07.85 г. Формат бумаги 60х84/16. Печать  
офсетная. Уч.-изд.л. 3,95. Усл.п.л. 4,18. Физ.п.л. 4,5.

Тираж 500 экз. Заказ 2274

---

Пединститут, г.Новосибирск, 126, Вилейская, 28  
Отпечатано на ротационной тип. г.Бердска Новосибирской области